

Zadanie 1 (10 punktów)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości rzeczywistych **dodatnich** parametru p , dla których całka niewłaściwa

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{4p} + x^{3p}}{\sqrt{x^8 + x^6}} dx$$

jest zbieżna.

Zadanie 2 (10 punktów)

Oblicz sumę szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \cdot (3n+8)}.$$

Zadanie 3 (10 punktów)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości rzeczywistych **dodatnich** parametru p , dla których szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[8]{n^8 + n^p} - n)$$

jest zbieżny.

Zadanie 4 (10 punktów)

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_0^{2\pi} \sin 2x \cdot \cos 3x \cdot \sin 5x dx.$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \pi$, gdzie w liczbą wymierną.

Zadanie 5 (10 punktów)

Oblicz całkę nieoznaczoną

$$\int x \cdot (x + \pi)^\pi dx.$$

Zadanie 6 (10 punktów)

Wyznacz obszar zbieżności zespolonego szeregu potęgowego

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot z^{8n}}{n^2 + 88}.$$

Zadanie **7** (ZADANIE DODATKOWE)

Oblicz wartość całki oznaczonej

$$\int_1^2 \sqrt{x^4 + 4} + \sqrt[4]{125x^2 - 100} dx .$$

Zadanie **8** (ZADANIE DODATKOWE)

Oblicz sumę szeregu o wyrazach zespolonych

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+i)^n}{n \cdot 3^n} .$$

Przydatne wzorki:

$$-\ln(1-z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n} \qquad |z| \leq 1, z \neq 1$$

$$\ln z = \ln |z| + i \cdot \arg z \qquad \arg z \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$