

ANALIZA 2

27 lutego 2026 r., godz. 8:15–9:45

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

Podczas testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Pisz czytelnie !!!

1. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[n]{x}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2x^{3/2} + 1}{3}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{4/3} + 1}{4}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{5/4} + 1}{5}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{6/5} + 1}{6}$

2. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{4/5} - 1}{4}$

b) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{3/4} - 1}{3}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{2/3} - 1}{2}$

d) $n = 2, \quad f(x) = 2\sqrt{x} - 1$

3. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt[n]{x}$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{5/2}}{15}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{7/3}}{28}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{9/4}}{45}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{11/5}}{66}$

4. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{9/5}}{36}$

b) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{7/4}}{21}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{5/3}}{10}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{3/2}}{3}$

5. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[3]{nx + n - 1}$.

a) $n = 3, \quad f(x) = \frac{(3x + 2)^{4/3}}{4}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (2x + 1)^{4/3}}{8}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (5x + 4)^{4/3}}{20}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (4x + 3)^{4/3}}{16}$

6. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt{nx + n - 1}$.

a) $n = 40, \quad f(x) = \frac{(40x + 39)^{5/2}}{6000}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{(2x + 1)^{5/2}}{15}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{(4x + 3)^{5/2}}{60}$

d) $n = 20, \quad f(x) = \frac{(20x + 19)^{5/2}}{1500}$

7. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'(x) = \frac{x^{n-1}}{x^n + n^2}.$$

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 + 4)}{2}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{\ln(x^3 + 9)}{3}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{\ln(x^4 + 16)}{4}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{\ln(x^5 + 25)}{5}$

8. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'''(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{x^7}{210}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{x^6}{120}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{x^5}{60}$

d) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^4}{24}$

9. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(n)}(x) = \sin 6x.$$

a) $n = 7, \quad f(x) = \frac{\cos 6x}{6^7}$

b) $n = 6, \quad f(x) = -\frac{\sin 6x}{6^6}$

c) $n = 9, \quad f(x) = -\frac{\cos 6x}{6^9}$

d) $n = 8, \quad f(x) = \frac{\sin 6x}{6^8}$

10. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(2026)}(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{24 \cdot x^{2030}}{2030!}$

b) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^{2027}}{2027!}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2 \cdot x^{2028}}{2028!}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{6 \cdot x^{2029}}{2029!}$

11. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(2024)}(0) = f^{(2025)}(0) = 0$.

$$\text{a) } n=1, \quad f(x) = e^x - \sum_{k=0}^{2025} \frac{x^k}{k!}$$

$$\text{b) } n=2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot x^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{c) } n=3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot x^k}{k!}}{3^{2026}}$$

$$\text{d) } n=4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot x^k}{k!}}{4^{2026}}$$

12. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(n) = f'(n) = f''(n) = \dots = f^{(2024)}(n) = f^{(2025)}(n) = 0$.

$$\text{a) } n=4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - e^{16} \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot (x-4)^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{b) } n=3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - e^9 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot (x-3)^k}{k!}}{3^{2026}}$$

$$\text{c) } n=2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - e^4 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot (x-2)^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{d) } n=1, \quad f(x) = e^x - e \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{(x-1)^k}{k!}$$

ANALIZA 2

27 lutego 2026 r., godz. 8:15–9:45

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

Podczas testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Pisz czytelnie !!!

1. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[n]{x}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{5/4} + 1}{5}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{4/3} + 1}{4}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2x^{3/2} + 1}{3}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{6/5} + 1}{6}$

2. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 2, \quad f(x) = 2\sqrt{x} - 1$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{2/3} - 1}{2}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{4/5} - 1}{4}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{3/4} - 1}{3}$

3. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt[n]{x}$.

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{9/4}}{45}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{7/3}}{28}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{5/2}}{15}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{11/5}}{66}$

4. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{3/2}}{3}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{5/3}}{10}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{9/5}}{36}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{7/4}}{21}$

5. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[3]{nx + n - 1}$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (5x + 4)^{4/3}}{20}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{(3x + 2)^{4/3}}{4}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (2x + 1)^{4/3}}{8}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (4x + 3)^{4/3}}{16}$

6. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt{nx + n - 1}$.

a) $n = 40, \quad f(x) = \frac{(40x + 39)^{5/2}}{6000}$

b) $n = 20, \quad f(x) = \frac{(20x + 19)^{5/2}}{1500}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{(4x + 3)^{5/2}}{60}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{(2x + 1)^{5/2}}{15}$

7. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'(x) = \frac{x^{n-1}}{x^n + n^2}.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{\ln(x^4 + 16)}{4}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{\ln(x^3 + 9)}{3}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 + 4)}{2}$

d) $n = 5, \quad f(x) = \frac{\ln(x^5 + 25)}{5}$

8. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'''(x) = x^n.$$

a) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^4}{24}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{x^5}{60}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{x^7}{210}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{x^6}{120}$

9. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(n)}(x) = \sin 6x.$$

a) $n = 9, \quad f(x) = -\frac{\cos 6x}{6^9}$

b) $n = 7, \quad f(x) = \frac{\cos 6x}{6^7}$

c) $n = 6, \quad f(x) = -\frac{\sin 6x}{6^6}$

d) $n = 8, \quad f(x) = \frac{\sin 6x}{6^8}$

10. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(2026)}(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{24 \cdot x^{2030}}{2030!}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{6 \cdot x^{2029}}{2029!}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2 \cdot x^{2028}}{2028!}$

d) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^{2027}}{2027!}$

11. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(2024)}(0) = f^{(2025)}(0) = 0$.

$$\text{a) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot x^k}{k!}}{3^{2026}}$$

$$\text{b) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot x^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{c) } n = 1, \quad f(x) = e^x - \sum_{k=0}^{2025} \frac{x^k}{k!}$$

$$\text{d) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot x^k}{k!}}{4^{2026}}$$

12. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(n) = f'(n) = f''(n) = \dots = f^{(2024)}(n) = f^{(2025)}(n) = 0$.

$$\text{a) } n = 1, \quad f(x) = e^x - e \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{(x-1)^k}{k!}$$

$$\text{b) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - e^4 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot (x-2)^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{c) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - e^{16} \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot (x-4)^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{d) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - e^9 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot (x-3)^k}{k!}}{3^{2026}}$$

ANALIZA 2

27 lutego 2026 r., godz. 8:15–9:45

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

Podczas testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Pisz czytelnie !!!

1. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[n]{x}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{5/4} + 1}{5}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2x^{3/2} + 1}{3}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{6/5} + 1}{6}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{4/3} + 1}{4}$

2. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{4/5} - 1}{4}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{2/3} - 1}{2}$

c) $n = 2, \quad f(x) = 2\sqrt{x} - 1$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{3/4} - 1}{3}$

3. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt[n]{x}$.

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{9/4}}{45}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{5/2}}{15}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{11/5}}{66}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{7/3}}{28}$

4. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{9/5}}{36}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{5/3}}{10}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{3/2}}{3}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{7/4}}{21}$

5. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[3]{nx + n - 1}$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (2x + 1)^{4/3}}{8}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{(3x + 2)^{4/3}}{4}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (5x + 4)^{4/3}}{20}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (4x + 3)^{4/3}}{16}$

6. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt{nx + n - 1}$.

a) $n = 40, \quad f(x) = \frac{(40x + 39)^{5/2}}{6000}$

b) $n = 4, \quad f(x) = \frac{(4x + 3)^{5/2}}{60}$

c) $n = 20, \quad f(x) = \frac{(20x + 19)^{5/2}}{1500}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{(2x + 1)^{5/2}}{15}$

7. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'(x) = \frac{x^{n-1}}{x^n + n^2}.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{\ln(x^4 + 16)}{4}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 + 4)}{2}$

c) $n = 5, \quad f(x) = \frac{\ln(x^5 + 25)}{5}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{\ln(x^3 + 9)}{3}$

8. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'''(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{x^7}{210}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{x^5}{60}$

c) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^4}{24}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{x^6}{120}$

9. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(n)}(x) = \sin 6x.$$

a) $n = 6, \quad f(x) = -\frac{\sin 6x}{6^6}$

b) $n = 7, \quad f(x) = \frac{\cos 6x}{6^7}$

c) $n = 9, \quad f(x) = -\frac{\cos 6x}{6^9}$

d) $n = 8, \quad f(x) = \frac{\sin 6x}{6^8}$

10. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(2026)}(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{24 \cdot x^{2030}}{2030!}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2 \cdot x^{2028}}{2028!}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{6 \cdot x^{2029}}{2029!}$

d) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^{2027}}{2027!}$

11. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(2024)}(0) = f^{(2025)}(0) = 0$.

$$\text{a) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot x^k}{k!}}{3^{2026}}$$

$$\text{b) } n = 1, \quad f(x) = e^x - \sum_{k=0}^{2025} \frac{x^k}{k!}$$

$$\text{c) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot x^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{d) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot x^k}{k!}}{2^{2026}}$$

12. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(n) = f'(n) = f''(n) = \dots = f^{(2024)}(n) = f^{(2025)}(n) = 0$.

$$\text{a) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - e^{16} \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot (x-4)^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{b) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - e^4 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot (x-2)^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{c) } n = 1, \quad f(x) = e^x - e \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{(x-1)^k}{k!}$$

$$\text{d) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - e^9 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot (x-3)^k}{k!}}{3^{2026}}$$

ANALIZA 2

27 lutego 2026 r., godz. 8:15–9:45

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania 11 i 12 to zadania dodatkowe.

Podczas testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Pisz czytelnie !!!

1. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[n]{x}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2x^{3/2} + 1}{3}$

b) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{6/5} + 1}{6}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{4/3} + 1}{4}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{5/4} + 1}{5}$

2. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$ oraz $f(1) = 1$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{5x^{4/5} - 1}{4}$

b) $n = 2, \quad f(x) = 2\sqrt{x} - 1$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{4x^{3/4} - 1}{3}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{3x^{2/3} - 1}{2}$

3. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt[n]{x}$.

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{5/2}}{15}$

b) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{11/5}}{66}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{7/3}}{28}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{9/4}}{45}$

4. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{x}}$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{25x^{9/5}}{36}$

b) $n = 2, \quad f(x) = \frac{4x^{3/2}}{3}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{16x^{7/4}}{21}$

d) $n = 3, \quad f(x) = \frac{9x^{5/3}}{10}$

5. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f'(x) = \sqrt[3]{nx + n - 1}$.

a) $n = 5, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (5x + 4)^{4/3}}{20}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{(3x + 2)^{4/3}}{4}$

c) $n = 4, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (4x + 3)^{4/3}}{16}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{3 \cdot (2x + 1)^{4/3}}{8}$

6. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że $f''(x) = \sqrt{nx + n - 1}$.

a) $n = 40, \quad f(x) = \frac{(40x + 39)^{5/2}}{6000}$

b) $n = 20, \quad f(x) = \frac{(20x + 19)^{5/2}}{1500}$

c) $n = 2, \quad f(x) = \frac{(2x + 1)^{5/2}}{15}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{(4x + 3)^{5/2}}{60}$

7. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'(x) = \frac{x^{n-1}}{x^n + n^2}.$$

a) $n = 2, \quad f(x) = \frac{\ln(x^2 + 4)}{2}$

b) $n = 5, \quad f(x) = \frac{\ln(x^5 + 25)}{5}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{\ln(x^3 + 9)}{3}$

d) $n = 4, \quad f(x) = \frac{\ln(x^4 + 16)}{4}$

8. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f'''(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{x^7}{210}$

b) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^4}{24}$

c) $n = 3, \quad f(x) = \frac{x^6}{120}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{x^5}{60}$

9. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(n)}(x) = \sin 6x.$$

a) $n = 9, \quad f(x) = -\frac{\cos 6x}{6^9}$

b) $n = 7, \quad f(x) = \frac{\cos 6x}{6^7}$

c) $n = 8, \quad f(x) = \frac{\sin 6x}{6^8}$

d) $n = 6, \quad f(x) = -\frac{\sin 6x}{6^6}$

10. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że

$$f^{(2026)}(x) = x^n.$$

a) $n = 4, \quad f(x) = \frac{24 \cdot x^{2030}}{2030!}$

b) $n = 3, \quad f(x) = \frac{6 \cdot x^{2029}}{2029!}$

c) $n = 1, \quad f(x) = \frac{x^{2027}}{2027!}$

d) $n = 2, \quad f(x) = \frac{2 \cdot x^{2028}}{2028!}$

11. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(2024)}(0) = f^{(2025)}(0) = 0$.

$$\text{a) } n = 1, \quad f(x) = e^x - \sum_{k=0}^{2025} \frac{x^k}{k!}$$

$$\text{b) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot x^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{c) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot x^k}{k!}}{2^{2026}}$$

$$\text{d) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot x^k}{k!}}{3^{2026}}$$

12. Dla podanej liczby n podaj wzór takiej funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że $f^{(2026)}(x) = e^{nx}$ oraz $f(n) = f'(n) = f''(n) = \dots = f^{(2024)}(n) = f^{(2025)}(n) = 0$.

$$\text{a) } n = 4, \quad f(x) = \frac{e^{4x} - e^{16} \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{4^k \cdot (x-4)^k}{k!}}{4^{2026}}$$

$$\text{b) } n = 1, \quad f(x) = e^x - e \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{(x-1)^k}{k!}$$

$$\text{c) } n = 3, \quad f(x) = \frac{e^{3x} - e^9 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{3^k \cdot (x-3)^k}{k!}}{3^{2026}}$$

$$\text{d) } n = 2, \quad f(x) = \frac{e^{2x} - e^4 \cdot \sum_{k=0}^{2025} \frac{2^k \cdot (x-2)^k}{k!}}{2^{2026}}$$