

ANALIZA 2, KOŁOKWIUM nr **6**, **15.05.2026**, godz. 8:15–9:45

Wykład: J. Wróblewski

PODCZAS KOŁOKWIUM NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 9. (10 punktów)

Oblicz wartość całki niewłaściwej

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \cdot (x+6) \cdot (x+30)}.$$

Doprowadź wynik do postaci $w \cdot \ln p$, gdzie p jest liczbą pierwszą, a w liczbą wymierną.

Zadanie 10. (10 punktów)

Wyznacz zbiór wszystkich wartości rzeczywistych **dodatnich** parametru p , dla których szereg

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{n^3 + n^p} - n)$$

jest zbieżny.

Zadanie 11. (10 punktów)

Udowodnij zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2 + 600}.$$

Zadanie 12. (10 punktów)

Rozstrzygnij zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^{n^3} \cdot (n + \pi)^{n^4}}{n^{n^4}}$$

w zależności od parametru rzeczywistego **dodatniego** p . Dla jednej wartości p możesz nie udzielić odpowiedzi.

Zadanie 13. (DODATKOWE za 20 punktów)

Za rozważania, które nie prowadzą do rozwiązania, otrzymasz **ZERO** punktów.

Oblicz

$$\left[\sum_{n=32}^{100\,000} \frac{1}{\sqrt[5]{n}} \right] = \left[\frac{1}{\sqrt[5]{32}} + \frac{1}{\sqrt[5]{33}} + \frac{1}{\sqrt[5]{34}} + \frac{1}{\sqrt[5]{35}} + \frac{1}{\sqrt[5]{36}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[5]{99\,998}} + \frac{1}{\sqrt[5]{99\,999}} + \frac{1}{\sqrt[5]{100\,000}} \right],$$

gdzie $[x]$ oznacza część całkowitą liczby x .