ANALIZA 2 12 czerwca 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery, cyfry i NAWIASY NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Kolokwium 8 Wersja testu **E** 12 czerwca 2026 r.

1. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{2n}\frac{k}{n^2+6k^2}=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2+6k^2}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k}{n^2+7k^2}=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{2n}\frac{k}{n^2+7k^2}=$ ....

2. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{2n}\frac{k^2}{n^3+6k^3}=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^2}{n^3+7k^3}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^2}{n^3+6k^3}=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{2n}\frac{k^2}{n^3+7k^3}=$ ....

3. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{21}n^{22}}{k^{44}+n^{44}}=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{20}n^{21}}{k^{42}+n^{42}}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{22}n^{23}}{k^{46}+n^{46}}=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{19}n^{20}}{k^{40}+n^{40}}=$ ....

4. Podaj wartość granicy.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{20}}{k^{21}+n^{21}}=$ ....

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{21}}{k^{22}+n^{22}}=$ ....

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{22}}{k^{23}+n^{23}}=$ ....

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k^{19}}{k^{20}+n^{20}}=$ ....

5. Podaj zbiór wszystkich wartości **rzeczywistych dodatnich** parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{x^5+x^4}{x^{3p}+x^{2p}}\,dx,$ ....

b) $\int\limits_0^\infty \frac{x^4+x^3}{x^{3p}+x^{2p}}\,dx,$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \frac{x^6+x^5}{x^{3p}+x^{2p}}\,dx,$ ....

d) $\int\limits_0^\infty \frac{x^7+x^6}{x^{3p}+x^{2p}}\,dx,$ ....

6. Podaj zbiór wszystkich wartości **rzeczywistych dodatnich** parametru p, dla których podana całka niewłaściwa jest zbieżna.

a) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{3p}+x^{2p}}}{x^7+x^4}\,dx,$ ....

b) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{3p}+x^{2p}}}{x^8+x^5}\,dx,$ ....

c) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{3p}+x^{2p}}}{x^6+x^3}\,dx,$ ....

d) $\int\limits_0^\infty \frac{\sqrt{x^{3p}+x^{2p}}}{x^9+x^6}\,dx,$ ....

7. Niech $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x)=x^{11}\cdot\ln\left(1+x^5\right).$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(71)}(0)=$ ....

b) $f^{(66)}(0)=$ ....

c) $f^{(76)}(0)=$ ....

d) $f^{(61)}(0)=$ ....

8. Niech $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ będzie funkcją zdefiniowaną wzorem

$$f(x)=e^{x^6}+e^{x^5}.$$

Podaj wartość pochodnej danego rzędu w zerze.

a) $f^{(65)}(0)=$ ....

b) $f^{(60)}(0)=$ ....

c) $f^{(66)}(0)=$ ....

d) $f^{(90)}(0)=$ ....

9. Podaj w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów zbiór **wszystkich** wartości parametru p, dla których podany szereg jest zbieżny.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2p^2-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$, ...

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4p^2-1)^n}{n}$, ...

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(p^2-1\right)^n$, ...

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(8p^2-1)^n}{n^2}$, ...

10. Podaj promień zbieżności szeregu potęgowego.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{8n}\cdot x^{12n}}{(8n)!}$, $R=$ ....

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(8n)!\cdot x^{6n}}{n^{8n}}$, $R=$ ....

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{8n}\cdot x^{24n}}{(8n)!}$, $R=$ ....

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(8n)!\cdot x^{3n}}{n^{8n}}$, $R=$ ....