

ANALIZA 2

12 czerwca 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11,12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery, cyfry i NAWIASY
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj normę supremum funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 2}$, $\|f\| = 4/7$

b) $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 + 3}$, $\|f\| = 1/3$

c) $f(x) = \frac{1}{x^6 + x^3 + 4}$, $\|f\| = 4/15$

d) $f(x) = \frac{1}{x^8 - x^4 + 5}$, $\|f\| = 4/19$

2. Podaj normę supremum funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+3} + 19}$, $\|f\| = 1/3$

b) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+2} + 13}$, $\|f\| = 1/9$

c) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+1} + 7}$, $\|f\| = 1/6$

d) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^x + 1}$, $\|f\| = 4/3$

3. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg\left(\frac{1}{n}\right) + \arctg w = \frac{\pi}{4}.$$

a) $n = 3$, $w = 1/2$

b) $n = 2$, $w = 1/3$

c) $n = 5$, $w = 2/3$

d) $n = 4$, $w = 3/5$

4. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg(n) + \arctg w = \frac{3\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 3/2$

b) $n = 2$, $w = 3$

c) $n = 3$, $w = 2$

d) $n = 4$, $w = 5/3$

5. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 3) = \pi/5$

b) $C(3, 7) = \pi/20$

c) $C(3, 9) = \pi/26$

d) $C(3, 11) = \pi/32$

6. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k \cdot \sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(5, 11) = 4\pi/51$

b) $C(3, 9) = 4\pi/23$

c) $C(5, 9) = 4\pi/41$

d) $C(3, 7) = 4\pi/17$

7. Jeżeli $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} \cdot \cos kx)$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$, to:

a) $C(10, 30) = 55\pi$

b) $C(9, 20) = 45\pi$

c) $C(20, 70) = 210\pi$

d) $C(19, 50) = 190\pi$

8. Niech $f_n(x) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\sin kx}{2^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 2) = \pi/12$

b) $C(1, 2) = \pi/12$

c) $C(2, 3) = \pi/48$

d) $C(1, 3) = \pi/48$

9. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4i)^n} = -\frac{1}{17} - \frac{4 \cdot i}{17}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6i)^n} = -\frac{1}{37} - \frac{6 \cdot i}{37}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5i)^n} = -\frac{1}{26} - \frac{5 \cdot i}{26}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8i)^n} = -\frac{1}{65} - \frac{8 \cdot i}{65}$

10. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+i} - \frac{n+1}{n+1+i} \right) = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+i} - \frac{n+1}{2n+2+i} \right) = -\frac{1}{10} - \frac{i}{5}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+i} - \frac{n+1}{3n+3+i} \right) = -\frac{1}{30} - \frac{i}{10}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5n+i} - \frac{n+1}{5n+5+i} \right) = -\frac{1}{130} - \frac{i}{26}$$

11. Niech $I(n) = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt[n]{x}}$. Wówczas:

$$\text{a) } I(32) = \frac{32 \cdot \ln 2}{31}$$

$$\text{b) } I(27) = \frac{27 \cdot \ln 2}{26}$$

$$\text{c) } I(25) = \frac{25 \cdot \ln 2}{24}$$

$$\text{d) } I(16) = \frac{16 \cdot \ln 2}{15}$$

12. Wiedząc, że $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$ podaj wartość całki

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{64x^6+1} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{b) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+64} = \frac{\pi}{96}$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{4x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

$$\text{d) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{8x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

13. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k+n}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

$$\text{a) } C(0, 4) = 25\pi/48$$

$$\text{b) } C(0, 1) = \pi$$

$$\text{c) } C(0, 2) = 3\pi/4$$

$$\text{d) } C(0, 3) = 11\pi/18$$

ANALIZA 2

12 czerwca 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11,12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery, cyfry i NAWIASY
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj normę supremum funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^6 + x^3 + 4}$, $\|f\| = 4/15$

b) $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 + 3}$, $\|f\| = 1/3$

c) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 2}$, $\|f\| = 4/7$

d) $f(x) = \frac{1}{x^8 - x^4 + 5}$, $\|f\| = 4/19$

2. Podaj normę supremum funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^x + 1}$, $\|f\| = 4/3$

b) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+1} + 7}$, $\|f\| = 1/6$

c) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+3} + 19}$, $\|f\| = 1/3$

d) $f(x) = \frac{1}{4^x - 2^{x+2} + 13}$, $\|f\| = 1/9$

3. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg\left(\frac{1}{n}\right) + \arctg w = \frac{\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 2/3$

b) $n = 3$, $w = 1/2$

c) $n = 2$, $w = 1/3$

d) $n = 4$, $w = 3/5$

4. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg(n) + \arctg w = \frac{3\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 3/2$

b) $n = 4$, $w = 5/3$

c) $n = 3$, $w = 2$

d) $n = 2$, $w = 3$

5. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(3, 9) = \pi/26$

b) $C(3, 7) = \pi/20$

c) $C(2, 3) = \pi/5$

d) $C(3, 11) = \pi/32$

6. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k \cdot \sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(3, 7) = 4\pi/17$

b) $C(5, 9) = 4\pi/41$

c) $C(5, 11) = 4\pi/51$

d) $C(3, 9) = 4\pi/23$

7. Jeżeli $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} \cdot \cos kx)$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$, to:

a) $C(20, 70) = 210\pi$

b) $C(10, 30) = 55\pi$

c) $C(9, 20) = 45\pi$

d) $C(19, 50) = 190\pi$

8. Niech $f_n(x) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\sin kx}{2^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 2) = \pi/12$

b) $C(1, 3) = \pi/48$

c) $C(2, 3) = \pi/48$

d) $C(1, 2) = \pi/12$

9. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8i)^n} = -\frac{1}{65} - \frac{8 \cdot i}{65}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6i)^n} = -\frac{1}{37} - \frac{6 \cdot i}{37}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5i)^n} = -\frac{1}{26} - \frac{5 \cdot i}{26}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4i)^n} = -\frac{1}{17} - \frac{4 \cdot i}{17}$

10. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+i} - \frac{n+1}{3n+3+i} \right) = -\frac{1}{30} - \frac{i}{10}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+i} - \frac{n+1}{2n+2+i} \right) = -\frac{1}{10} - \frac{i}{5}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+i} - \frac{n+1}{n+1+i} \right) = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5n+i} - \frac{n+1}{5n+5+i} \right) = -\frac{1}{130} - \frac{i}{26}$$

11. Niech $I(n) = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt[n]{x}}$. Wówczas:

$$\text{a) } I(16) = \frac{16 \cdot \ln 2}{15}$$

$$\text{b) } I(25) = \frac{25 \cdot \ln 2}{24}$$

$$\text{c) } I(32) = \frac{32 \cdot \ln 2}{31}$$

$$\text{d) } I(27) = \frac{27 \cdot \ln 2}{26}$$

12. Wiedząc, że $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$ podaj wartość całki

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{4x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

$$\text{b) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{64x^6+1} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+64} = \frac{\pi}{96}$$

$$\text{d) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{8x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{2}}$$

13. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k+n}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

$$\text{a) } C(0, 4) = 25\pi/48$$

$$\text{b) } C(0, 3) = 11\pi/18$$

$$\text{c) } C(0, 2) = 3\pi/4$$

$$\text{d) } C(0, 1) = \pi$$

ANALIZA 2

12 czerwca 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11,12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery, cyfry i NAWIASY
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj normę supremum funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^6 + x^3 + 4}$, $\|f\| = 4/15$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 2}$, $\|f\| = 4/7$

c) $f(x) = \frac{1}{x^8 - x^4 + 5}$, $\|f\| = 4/19$

d) $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 + 3}$, $\|f\| = 1/3$

2. Podaj normę supremum funkcji $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x+3 + 19}$, $\|f\| = 1/3$

b) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x+1 + 7}$, $\|f\| = 1/6$

c) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x + 1}$, $\|f\| = 4/3$

d) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x+2 + 13}$, $\|f\| = 1/9$

3. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg\left(\frac{1}{n}\right) + \arctg w = \frac{\pi}{4}.$$

a) $n = 2$, $w = 1/3$

b) $n = 3$, $w = 1/2$

c) $n = 5$, $w = 2/3$

d) $n = 4$, $w = 3/5$

4. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg(n) + \arctg w = \frac{3\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 3/2$

b) $n = 3$, $w = 2$

c) $n = 4$, $w = 5/3$

d) $n = 2$, $w = 3$

5. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(3, 9) = \pi/26$

b) $C(2, 3) = \pi/5$

c) $C(3, 11) = \pi/32$

d) $C(3, 7) = \pi/20$

6. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k \cdot \sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(5, 11) = 4\pi/51$

b) $C(5, 9) = 4\pi/41$

c) $C(3, 7) = 4\pi/17$

d) $C(3, 9) = 4\pi/23$

7. Jeżeli $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} \cdot \cos kx)$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$, to:

a) $C(9, 20) = 45\pi$

b) $C(10, 30) = 55\pi$

c) $C(20, 70) = 210\pi$

d) $C(19, 50) = 190\pi$

8. Niech $f_n(x) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\sin kx}{2^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 2) = \pi/12$

b) $C(2, 3) = \pi/48$

c) $C(1, 3) = \pi/48$

d) $C(1, 2) = \pi/12$

9. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5i)^n} = -\frac{1}{26} - \frac{5 \cdot i}{26}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4i)^n} = -\frac{1}{17} - \frac{4 \cdot i}{17}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8i)^n} = -\frac{1}{65} - \frac{8 \cdot i}{65}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6i)^n} = -\frac{1}{37} - \frac{6 \cdot i}{37}$

10. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+i} - \frac{n+1}{3n+3+i} \right) = -\frac{1}{30} - \frac{i}{10}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+i} - \frac{n+1}{n+1+i} \right) = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5n+i} - \frac{n+1}{5n+5+i} \right) = -\frac{1}{130} - \frac{i}{26}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+i} - \frac{n+1}{2n+2+i} \right) = -\frac{1}{10} - \frac{i}{5}$$

11. Niech $I(n) = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt[n]{x}}$. Wówczas:

$$\text{a) } I(32) = \frac{32 \cdot \ln 2}{31}$$

$$\text{b) } I(25) = \frac{25 \cdot \ln 2}{24}$$

$$\text{c) } I(16) = \frac{16 \cdot \ln 2}{15}$$

$$\text{d) } I(27) = \frac{27 \cdot \ln 2}{26}$$

12. Wiedząc, że $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$ podaj wartość całki

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+64} = \frac{\pi}{96}$$

$$\text{b) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{64x^6+1} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{4x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

$$\text{d) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{8x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

13. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k+n}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

$$\text{a) } C(0, 4) = 25\pi/48$$

$$\text{b) } C(0, 2) = 3\pi/4$$

$$\text{c) } C(0, 3) = 11\pi/18$$

$$\text{d) } C(0, 1) = \pi$$

ANALIZA 2

12 czerwca 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11,12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.

Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

**Pisz czytelnie, nieczytelne litery, cyfry i NAWIASY
NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.**

1. Podaj normę supremum funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 2}$, $\|f\| = 4/7$

b) $f(x) = \frac{1}{x^8 - x^4 + 5}$, $\|f\| = 4/19$

c) $f(x) = \frac{1}{x^4 + x^2 + 3}$, $\|f\| = 1/3$

d) $f(x) = \frac{1}{x^6 + x^3 + 4}$, $\|f\| = 4/15$

2. Podaj normę supremum funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x^3 + 19}$, $\|f\| = 1/3$

b) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x + 1}$, $\|f\| = 4/3$

c) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x^2 + 13}$, $\|f\| = 1/9$

d) $f(x) = \frac{1}{4x - 2x^{+1} + 7}$, $\|f\| = 1/6$

3. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg\left(\frac{1}{n}\right) + \arctg w = \frac{\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 2/3$

b) $n = 3$, $w = 1/2$

c) $n = 4$, $w = 3/5$

d) $n = 2$, $w = 1/3$

4. Dla danej liczby naturalnej n podaj taką liczbę wymierną w , że

$$\arctg(n) + \arctg w = \frac{3\pi}{4}.$$

a) $n = 5$, $w = 3/2$

b) $n = 4$, $w = 5/3$

c) $n = 2$, $w = 3$

d) $n = 3$, $w = 2$

5. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 3) = \pi/5$

b) $C(3, 11) = \pi/32$

c) $C(3, 7) = \pi/20$

d) $C(3, 9) = \pi/26$

6. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k \cdot \sin kx}{n^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(5, 11) = 4\pi/51$

b) $C(3, 7) = 4\pi/17$

c) $C(3, 9) = 4\pi/23$

d) $C(5, 9) = 4\pi/41$

7. Jeżeli $f_n(x) = \sum_{k=1}^n (\sqrt{k} \cdot \cos kx)$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$, to:

a) $C(20, 70) = 210\pi$

b) $C(10, 30) = 55\pi$

c) $C(19, 50) = 190\pi$

d) $C(9, 20) = 45\pi$

8. Niech $f_n(x) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{\sin kx}{2^k}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

a) $C(2, 2) = \pi/12$

b) $C(1, 3) = \pi/48$

c) $C(1, 2) = \pi/12$

d) $C(2, 3) = \pi/48$

9. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5i)^n} = -\frac{1}{26} - \frac{5 \cdot i}{26}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4i)^n} = -\frac{1}{17} - \frac{4 \cdot i}{17}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(6i)^n} = -\frac{1}{37} - \frac{6 \cdot i}{37}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8i)^n} = -\frac{1}{65} - \frac{8 \cdot i}{65}$

10. Podaj w postaci kartezjańskiej sumę szeregu o wyrazach zespolonych.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+i} - \frac{n+1}{n+1+i} \right) = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{5n+i} - \frac{n+1}{5n+5+i} \right) = -\frac{1}{130} - \frac{i}{26}$$

$$\text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+i} - \frac{n+1}{2n+2+i} \right) = -\frac{1}{10} - \frac{i}{5}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+i} - \frac{n+1}{3n+3+i} \right) = -\frac{1}{30} - \frac{i}{10}$$

11. Niech $I(n) = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt[n]{x}}$. Wówczas:

$$\text{a) } I(32) = \frac{32 \cdot \ln 2}{31}$$

$$\text{b) } I(16) = \frac{16 \cdot \ln 2}{15}$$

$$\text{c) } I(27) = \frac{27 \cdot \ln 2}{26}$$

$$\text{d) } I(25) = \frac{25 \cdot \ln 2}{24}$$

12. Wiedząc, że $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+1} = \frac{\pi}{3}$ podaj wartość całki

$$\text{a) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{4x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt[3]{2}}$$

$$\text{b) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{64x^6+1} = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{c) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{8x^6+1} = \frac{\pi}{3 \cdot \sqrt{2}}$$

$$\text{d) } \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^6+64} = \frac{\pi}{96}$$

13. Niech $f_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k+n}$ oraz $C(m, n) = \int_0^{2\pi} f_m(x) \cdot f_n(x) dx$. Wówczas:

$$\text{a) } C(0, 4) = 25\pi/48$$

$$\text{b) } C(0, 3) = 11\pi/18$$

$$\text{c) } C(0, 1) = \pi$$

$$\text{d) } C(0, 2) = 3\pi/4$$