

Kolokwia nr 2 i 3: piątki 13 i 20.03.2026, godz. 8:15-9:45, materiał zad. 889–975.

Zadania do omówienia¹ na ćwiczeniach we wtorki 3 i 10.03.2026.

Zadania należy spróbować rozwiązać przed ćwiczeniami

Całkowanie przez podstawienie.

W każdym z poniższych 20 zadań podaj wzór na funkcję różniczkowalną na całej prostej (lub w podanej dziedzinie) o podanym wzorze na pochodną oraz o podanej wartości w podanym punkcie.

918.

$f'(x) = (4x - 5)^{54}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
919.

$f'(x) = \sqrt{3x + 1}$

$f(1) = 1$

$D_f = \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

$f(x) = \dots\dots\dots$
920.

$f'(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)^4}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
921.

$f'(x) = \frac{x^3}{x^4 + 1}$

$f(0) = 7$

$f(x) = \dots\dots\dots$
922.

$f'(x) = \frac{1}{(3x - 5)^2 + 1}$

$f(2) = 0$

$f(x) = \dots\dots\dots$
923.

$f'(x) = \sqrt[5]{x}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
924.

$f'(x) = 200x \cdot (x^2 + 1)^{99}$

$f(0) = 0$

$f(x) = \dots\dots\dots$
925.

$f'(x) = 6x^3 \cdot \sqrt{x^4 + 9}$

$f(2) = 2$

$f(x) = \dots\dots\dots$
926.

$f'(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$

$f(-1) = -1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
927.

$f'(x) = \frac{4x^3 + 2x + 1}{(x^4 + x^2 + x + 1)^2}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
928.

$f'(x) = \sqrt[7]{x + 1}$

$f(0) = 2$

$f(x) = \dots\dots\dots$
929.

$f'(x) = x^2 \cdot (x^3 + 1)^{100}$

$f(0) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
930.

$f'(x) = x^5 \cdot \sqrt[3]{x^6 + 7}$

$f(1) = 0$

$f(x) = \dots\dots\dots$
931.

$f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

$f(0) = 0$

$f(x) = \dots\dots\dots$
932.

$f'(x) = \frac{2x^3 + x}{x^4 + x^2 + 1}$

$f(0) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
933.

$f'(x) = \frac{2x^3 + x}{(x^4 + x^2 + 1)^2}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$
934.

$f'(x) = \frac{2x^3 + x}{(x^4 + x^2 + 1)^3}$

$f(1) = 1$

$f(x) = \dots\dots\dots$

¹Zadania podobne do wcześniejszych będą pominięte.

935.

$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$

$f(0) = 0$

$f(x) = \dots\dots\dots$

W kolejnych dwóch zadaniach funkcje mają być ciągłe na $\mathbb{R}$ i różniczkowalne na $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

936.

$f'(x) = \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$

$f(0) = 2$

$f(x) = \dots\dots\dots$

937.

$f'(x) = \frac{\sin \sqrt[5]{x}}{\sqrt[5]{x^4}}$

$f(0) = 2$

$f(x) = \dots\dots\dots$

938. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[7]{x^5 + 1} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

939. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[11]{x^7 + 1} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

940. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 40}.$$

941. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \sqrt[3]{8x^{17} + x^{12}} \, dx.$$

W tych z poniższych zadań, w których trzeba wykonać obliczenia dla jednej wybranej liczby n , po rozwiązaniu zadania przedyskutować inne wartości n , dla których rozwiązanie jest możliwe.

942. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot \sqrt[8]{x^6 + 1} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

943. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot (x^5 + 1)^{2023} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

944. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int x^n \cdot e^{x^{10}} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej $n > 20$.

945. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^n}{x^{20} + 2x^{10} + 4} \, dx$$

dla odpowiednio wybranej liczby naturalnej n .

946. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{k \cdot x^{20} + x^n}{(x^{21} + x^7 + 44)^{44}} dx$$

dla odpowiednio wybranych liczb naturalnych n i k .

Obliczyć całki nieoznaczone

947. $\int e^{\sqrt{x}} dx$

948. $\int \frac{x}{x^2 + 10x + 169} dx$

949. $\int \sqrt{2 + \sqrt{x + 4}} dx$

950. $\int \sqrt[8]{x^{55} + x^{48}} dx$

951. $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$

952. $\int \frac{1}{x \cdot \ln x \cdot \ln \ln x} dx$

953. $\int \frac{(\ln \ln \ln x)^2}{x \cdot \ln x \cdot \ln \ln x} dx$

954. $\int \cos^5 x dx$

955. $\int \operatorname{tg} x dx$

956. a) $\int \sqrt{3x + 1} dx = \dots\dots\dots$; b) $\int \sqrt[3]{5x + 1} dx = \dots\dots\dots$;
c) $\int \sqrt[4]{7x + 1} dx = \dots\dots\dots$; d) $\int \sqrt[5]{11x + 1} dx = \dots\dots\dots$

957. a) $\int \frac{x dx}{x^2 + 1} = \dots\dots\dots$; b) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1} = \dots\dots\dots$; c) $\int \frac{x^3 dx}{x^4 + 1} = \dots\dots\dots$; d) $\int \frac{x^4 dx}{x^5 + 1} = \dots\dots\dots$

958. a) $\int \frac{x dx}{x^4 + 1} = \dots\dots\dots$; b) $\int \frac{x^2 dx}{x^6 + 1} = \dots\dots\dots$; c) $\int \frac{x^3 dx}{x^8 + 1} = \dots\dots\dots$; d) $\int \frac{x^4 dx}{x^{10} + 1} = \dots\dots\dots$

959. a) $\int \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2} = \dots\dots\dots$; b) $\int \frac{x^2 dx}{(x^3 + 1)^3} = \dots\dots\dots$; c) $\int \frac{x^3 dx}{(x^4 + 1)^4} = \dots\dots\dots$; d) $\int \frac{x^4 dx}{(x^5 + 1)^5} = \dots\dots\dots$

960. a) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2} = \dots\dots\dots$; b) $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5} = \dots\dots\dots$;
c) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10} = \dots\dots\dots$; d) $\int \frac{dx}{x^2 + 14x + 50} = \dots\dots\dots$

961. a) $\int \frac{dx}{x^2 + 4} = \dots\dots\dots$; b) $\int \frac{dx}{x^2 + 5} = \dots\dots\dots$; c) $\int \frac{dx}{x^2 + 7} = \dots\dots\dots$; d) $\int \frac{dx}{x^2 + 9} = \dots\dots\dots$

962. a) $\int \sqrt[3]{x^9 + x^6} dx = \dots\dots\dots$; b) $\int \sqrt[5]{x^{25} + x^{20}} dx = \dots\dots\dots$;
c) $\int \sqrt[7]{x^{49} + x^{42}} dx = \dots\dots\dots$; d) $\int \sqrt[9]{x^{81} + x^{72}} dx = \dots\dots\dots$

Całkowanie przez części.

963. Na wyspach Bergamutach podobno jest kot w butach i podobno zamiast zwykłych funkcji trygonometrycznych używają tam funkcji *losinus*, *nosinus* oraz *sosinus* podlegających następującym regułom różniczkowania:

$$\frac{d}{dx} \operatorname{los} x = \operatorname{nos} x, \qquad \frac{d}{dx} \operatorname{nos} x = \operatorname{sos} x, \qquad \frac{d}{dx} \operatorname{sos} x = \operatorname{los} x .$$

Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int e^x \cdot \operatorname{los} x \, dx .$$

964. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 \, dx}{(x+1)^{19/10}} .$$

965. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \ln \left(x^2 + 1 \right) \, dx .$$

966. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int e^{4x} \cdot \sin(3x) \, dx .$$

967. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt[3]{x+7}} .$$

968. Obliczyć całkę nieoznaczoną

$$\int \left(x^4 + 1 \right) \cdot \ln \left(x^4 + 5 \right) \, dx .$$

Obliczyć całki nieoznaczone²:

969. $\int x^n \cdot \ln x \, dx$

970. $\int \sin \ln x \, dx$

971. $\int x^2 \cdot \sin 7x \, dx$

972. $\int x^3 \cdot e^{5x} \, dx$

973. $\int e^x \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx$

974. $\int x \cdot (x-1)^{5/4} \, dx$

975. $\int \frac{x}{(x+7)^e} \, dx$

²Zadania te należy rozwiązać nie używając całkowania przez podstawienie.