Kolokwium 1 Wersja testu **A** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 6, \quad n = \mathbf{66}$

b) $k = 7, \quad n = \mathbf{77}$

c) $k = 8, \quad n = \mathbf{88}$

d) $k = 9, \quad n = \mathbf{99}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 9, \quad n = \mathbf{118}$

b) $k = 8, \quad n = \mathbf{116}$

c) $k = 7, \quad n = \mathbf{114}$

d) $k = 6, \quad n = \mathbf{112}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 5, \quad n = \mathbf{20}$

b) $k = 3, \quad n = \mathbf{13}$

c) $k = 9, \quad n = \mathbf{34}$

d) $k = 7, \quad n = \mathbf{27}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 3^{808} - 1, \quad p = \mathbf{41}$

b) $n = 46^{62} - 1, \quad p = \mathbf{47}$

c) $n = 68^{37} + 1, \quad p = \mathbf{23}$

d) $n = 6^{68} - 1, \quad p = \mathbf{37}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(1,3)=\mathbf{2}$ b) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$

c) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$ d) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(256,\ \sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$ b) $F\left(16,\ \sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$

c) $F\left(4,\ \sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$ d) $F\left(4,\ \sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $7{,}14\in A$ **28** b) $6{,}13\in A$ **21**

c) $9{,}16\in A$ **40** d) $8{,}15\in A$ **32**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $6{,}10{,}11\in A$ **32** b) $3{,}7{,}8\in A$ **9**

c) $4{,}8{,}9\in A$ **18** d) $5{,}9{,}10\in A$ **24**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54** b) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300**

c) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81** d) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

b) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

c) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

d) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

b) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

c) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

d) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\cdot\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S(2,16)=\mathbf{4}$

b) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

c) $S(3,81)=\mathbf{9}$

d) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(16,512)=\mathbf{64}$

b) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\mathbf{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$

c) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\mathbf{\sqrt{2}}$

d) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

Kolokwium 1 Wersja testu **B** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 8$, $n = \mathbf{88}$

b) $k = 7$, $n = \mathbf{77}$

c) $k = 6$, $n = \mathbf{66}$

d) $k = 9$, $n = \mathbf{99}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 6$, $n = \mathbf{112}$

b) $k = 7$, $n = \mathbf{114}$

c) $k = 9$, $n = \mathbf{118}$

d) $k = 8$, $n = \mathbf{116}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 9$, $n = \mathbf{34}$

b) $k = 5$, $n = \mathbf{20}$

c) $k = 3$, $n = \mathbf{13}$

d) $k = 7$, $n = \mathbf{27}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 3^{808} - 1$, $p = \mathbf{41}$

b) $n = 6^{68} - 1$, $p = \mathbf{37}$

c) $n = 68^{37} + 1$, $p = \mathbf{23}$

d) $n = 46^{62} - 1$, $p = \mathbf{47}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$ b) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$

c) $P(1,3)=\mathbf{2}$ d) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(4,\sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$ b) $F\left(4,\sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$

c) $F\left(256,\sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$ d) $F\left(16,\sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $9{,}16\in A$ **40** b) $7{,}14\in A$ **28**

c) $6{,}13\in A$ **21** d) $8{,}15\in A$ **32**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $6{,}10{,}11\in A$ **32** b) $5{,}9{,}10\in A$ **24**

c) $4{,}8{,}9\in A$ **18** d) $3{,}7{,}8\in A$ **9**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400** b) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300**

c) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81** d) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

b) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

c) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

d) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

b) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

c) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

d) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\,\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S(3,81)=\mathbf{9}$

b) $S(2,16)=\mathbf{4}$

c) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

d) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(16,512)=\mathbf{64}$

b) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

c) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\mathbf{\sqrt{2}}$

d) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\mathbf{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$

Kolokwium 1 Wersja testu **C** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 8$, $n = \mathbf{88}$

b) $k = 6$, $n = \mathbf{66}$

c) $k = 9$, $n = \mathbf{99}$

d) $k = 7$, $n = \mathbf{77}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 9$, $n = \mathbf{118}$

b) $k = 7$, $n = \mathbf{114}$

c) $k = 6$, $n = \mathbf{112}$

d) $k = 8$, $n = \mathbf{116}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 3$, $n = \mathbf{13}$

b) $k = 5$, $n = \mathbf{20}$

c) $k = 9$, $n = \mathbf{34}$

d) $k = 7$, $n = \mathbf{27}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 3^{808} - 1$, $p = \mathbf{41}$

b) $n = 68^{37} + 1$, $p = \mathbf{23}$

c) $n = 6^{68} - 1$, $p = \mathbf{37}$

d) $n = 46^{62} - 1$, $p = \mathbf{47}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$ b) $P(1,3)=\mathbf{2}$

c) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$ d) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(256,\ \sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$ b) $F\left(4,\ \sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$

c) $F\left(4,\sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$ d) $F\left(16,\ \sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $6{,}13\in A$ **21** b) $7{,}14\in A$ **28**

c) $9{,}16\in A$ **40** d) $8{,}15\in A$ **32**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $6{,}10{,}11\in A$ **32** b) $4{,}8{,}9\in A$ **18**

c) $5{,}9{,}10\in A$ **24** d) $3{,}7{,}8\in A$ **9**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81** b) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54**

c) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400** d) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

b) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

c) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

d) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

b) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

c) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

d) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

b) $S(2,16)=\mathbf{4}$

c) $S(3,81)=\mathbf{9}$

d) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(16,512)=\mathbf{64}$

b) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\mathbf{\sqrt{2}}$

c) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

d) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\mathbf{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$

Kolokwium 1 Wersja testu **D** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 6, \quad n = \mathbf{66}$

b) $k = 9, \quad n = \mathbf{99}$

c) $k = 7, \quad n = \mathbf{77}$

d) $k = 8, \quad n = \mathbf{88}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 9, \quad n = \mathbf{118}$

b) $k = 6, \quad n = \mathbf{112}$

c) $k = 8, \quad n = \mathbf{116}$

d) $k = 7, \quad n = \mathbf{114}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 9, \quad n = \mathbf{34}$

b) $k = 5, \quad n = \mathbf{20}$

c) $k = 7, \quad n = \mathbf{27}$

d) $k = 3, \quad n = \mathbf{13}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 3^{808} - 1, \;\; p = \mathbf{41}$

b) $n = 6^{68} - 1, \;\; p = \mathbf{37}$

c) $n = 46^{62} - 1, \;\; p = \mathbf{47}$

d) $n = 68^{37} + 1, \;\; p = \mathbf{23}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(1,3)=\mathbf{2}$ b) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$

c) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$ d) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(256,\ \sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$ b) $F\left(4,\sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$

c) $F\left(16,\ \sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$ d) $F\left(4,\sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $9{,}16\in A$ **40** b) $7{,}14\in A$ **28**

c) $8{,}15\in A$ **32** d) $6{,}13\in A$ **21**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $6{,}10{,}11\in A$ **32** b) $5{,}9{,}10\in A$ **24**

c) $3{,}7{,}8\in A$ **9** d) $4{,}8{,}9\in A$ **18**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81** b) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54**

c) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300** d) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

b) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

c) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

d) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

b) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

c) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

d) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\,\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S(3,81)=\mathbf{9}$

b) $S(2,16)=\mathbf{4}$

c) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

d) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(16,512)=\mathbf{64}$

b) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

c) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\mathbf{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$

d) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\mathbf{\sqrt{2}}$

Kolokwium 1 Wersja testu **E** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 7, \quad n = \mathbf{77}$

b) $k = 6, \quad n = \mathbf{66}$

c) $k = 8, \quad n = \mathbf{88}$

d) $k = 9, \quad n = \mathbf{99}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 7, \quad n = \mathbf{114}$

b) $k = 8, \quad n = \mathbf{116}$

c) $k = 6, \quad n = \mathbf{112}$

d) $k = 9, \quad n = \mathbf{118}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 7, \quad n = \mathbf{27}$

b) $k = 5, \quad n = \mathbf{20}$

c) $k = 9, \quad n = \mathbf{34}$

d) $k = 3, \quad n = \mathbf{13}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 68^{37} + 1, \;\; p = \mathbf{23}$

b) $n = 6^{68} - 1, \;\; p = \mathbf{37}$

c) $n = 3^{808} - 1, \;\; p = \mathbf{41}$

d) $n = 46^{62} - 1, \;\; p = \mathbf{47}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$ b) $P(1,3)=\mathbf{2}$

c) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$ d) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(4,\sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$ b) $F\left(16,\sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$

c) $F\left(4,\sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$ d) $F\left(256,\sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $8{,}15\in A$ **32** b) $7{,}14\in A$ **28**

c) $9{,}16\in A$ **40** d) $6{,}13\in A$ **21**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $4{,}8{,}9\in A$ **18** b) $5{,}9{,}10\in A$ **24**

c) $6{,}10{,}11\in A$ **32** d) $3{,}7{,}8\in A$ **9**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300** b) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400**

c) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54** d) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

b) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

c) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

d) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

b) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

c) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

d) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\,\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

b) $S(2,16)=\mathbf{4}$

c) $S(3,81)=\mathbf{9}$

d) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\boldsymbol{\sqrt{2}}$

b) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

c) $S(16,512)=\mathbf{64}$

d) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\boldsymbol{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$

Kolokwium 1 Wersja testu **F** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 8$, $n = \mathbf{88}$

b) $k = 6$, $n = \mathbf{66}$

c) $k = 9$, $n = \mathbf{99}$

d) $k = 7$, $n = \mathbf{77}$

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 6$, $n = \mathbf{112}$

b) $k = 9$, $n = \mathbf{118}$

c) $k = 7$, $n = \mathbf{114}$

d) $k = 8$, $n = \mathbf{116}$

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 7$, $n = \mathbf{27}$

b) $k = 3$, $n = \mathbf{13}$

c) $k = 5$, $n = \mathbf{20}$

d) $k = 9$, $n = \mathbf{34}$

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 6^{68} - 1$, $p = \mathbf{37}$

b) $n = 3^{808} - 1$, $p = \mathbf{41}$

c) $n = 68^{37} + 1$, $p = \mathbf{23}$

d) $n = 46^{62} - 1$, $p = \mathbf{47}$

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(13,39)=\mathbf{4/3}$ b) $P(1,3)=\mathbf{2}$

c) $P(12,61)=\mathbf{3/2}$ d) $P(4,12)=\mathbf{3/2}$

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(4,\sqrt{2}\right)=\mathbf{2}$ b) $F\left(256,\sqrt[256]{2}\right)=\mathbf{11}$

c) $F\left(4,\sqrt[4]{2}\right)=\mathbf{3}$ d) $F\left(16,\sqrt[16]{2}\right)=\mathbf{6}$

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $8{,}15\in A$ **32** b) $6{,}13\in A$ **21**

c) $7{,}14\in A$ **28** d) $9{,}16\in A$ **40**

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $5{,}9{,}10\in A$ **24** b) $6{,}10{,}11\in A$ **32**

c) $4{,}8{,}9\in A$ **18** d) $3{,}7{,}8\in A$ **9**

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $9{,}10{,}11{,}12\in A$ **81** b) $11{,}16{,}17{,}18\in A$ **300**

c) $15{,}16{,}17{,}18\in A$ **400** d) $8{,}9{,}10{,}11\in A$ **54**

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $6,7,8,9,10,11\in A$ **32**

b) $4,5,6,7,8,9\in A$ **8**

c) $7,8,9,10,11,12\in A$ **64**

d) $5,6,7,8,9,10\in A$ **16**

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{14},\quad k=\mathbf{4}$

b) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{11},\quad k=\mathbf{2}$

c) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=\mathbf{20},\quad k=\mathbf{5}$

d) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=\mathbf{39},\quad k=\mathbf{14}$

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\,\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S\left(\sqrt{2},256\right)=\mathbf{4}$

b) $S\left(\sqrt{5},25\right)=\mathbf{5}$

c) $S(2,16)=\mathbf{4}$

d) $S(3,81)=\mathbf{9}$

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(3,9)=\mathbf{3^{\sqrt{2}}}$

b) $S(16,512)=\mathbf{64}$

c) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=\mathbf{\sqrt{2}}$

d) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=\mathbf{\sqrt[16]{8}=2^{3/16}}$