Kolokwium 1 Wersja testu **A** 14 października 2026 r.

ANALIZA 1 14 października 2026 r., godz. 8:15–9:45

Wykładowca: Jarosław Wróblewski

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Zadania **11, 12 i 13** to zadania dodatkowe.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Odpowiedzi należy podawać w postaci uproszczonej.
Z ułamków nie trzeba wyłączać części całkowitej:
np. wystarczy podać $\frac{77}{3}$, ale $25\frac{2}{3}$ też będzie uznane.

Pisz czytelnie, nieczytelne litery i cyfry NIE BĘDĄ interpretowane na Twoją korzyść.

Przypomnienie: $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$.

1. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{10k}$.

a) $k = 6$, $n =$ ..... b) $k = 7$, $n =$ .....

c) $k = 8$, $n =$ ..... d) $k = 9$, $n =$ .....

2. Dla podanej liczby naturalnej k podaj taką liczbę naturalną $n > k$, że $\binom{n}{k} = \binom{n}{k+100}$.

a) $k = 9$, $n =$ ..... b) $k = 8$, $n =$ .....

c) $k = 7$, $n =$ ..... d) $k = 6$, $n =$ .....

3. Dla podanej liczby k podaj liczbę naturalną $n > k$ spełniającą równanie $5 \cdot \binom{n}{k} = 2 \cdot \binom{n}{k+1}$.

a) $k = 5$, $n =$ ..... b) $k = 3$, $n =$ .....

c) $k = 9$, $n =$ ..... d) $k = 7$, $n =$ .....

4. Dla danej liczby n podaj **dwucyfrową liczbę pierwszą** p będącą dzielnikiem liczby n.

a) $n = 3^{808} - 1$, $p =$ ..... b) $n = 46^{62} - 1$, $p =$ .....

c) $n = 68^{37} + 1$, $p =$ ..... d) $n = 6^{68} - 1$, $p =$ .....

5. Niech $P(k,n)=\prod_{i=k}^{n}\log_{(2i+1)}(2i+3)$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $P(1,3)=$ ..... b) $P(4,12)=$ .....

c) $P(13,39)=$ ..... d) $P(12,61)=$ .....

6. Niech $F(x,y)=\log_2\log_7 x-\log_2\log_7 y$. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $F\left(256,\ \sqrt[256]{2}\right)=$ ..... b) $F\left(16,\ \sqrt[16]{2}\right)=$ .....

c) $F\left(4,\ \sqrt[4]{2}\right)=$ ..... d) $F\left(4,\ \sqrt{2}\right)=$ .....

7. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+2)\in A)$ oraz

a) $7,14\in A$ ..... b) $6,13\in A$ .....

c) $9,16\in A$ ..... d) $8,15\in A$ .....

8. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+3)\in A)$ oraz

a) $6,10,11\in A$ ..... b) $3,7,8\in A$ .....

c) $4,8,9\in A$ ..... d) $5,9,10\in A$ .....

9. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+4)\in A)$ oraz

a) $8,9,10,11\in A$ ..... b) $11,16,17,18\in A$ .....

c) $9,10,11,12\in A$ ..... d) $15,16,17,18\in A$ .....

10. Podaj liczbę podzbiorów A zbioru liczb naturalnych $\mathbb{N}=\{1,2,3,\ldots\}$ spełniających warunki $\underset{n\in\mathbb{N}}{\forall}(n\in A\Rightarrow(n+6)\in A)$ oraz

a) $4,5,6,7,8,9\in A$ ..... b) $5,6,7,8,9,10\in A$ .....

c) $6,7,8,9,10,11\in A$ ..... d) $7,8,9,10,11,12\in A$ .....

11. Dla podanych liczb A, B i C podaj takie liczby naturalne n, k, że $k+2\leqslant n$ oraz $A\cdot\binom{n}{k}=B\cdot\binom{n}{k+1}=C\cdot\binom{n}{k+2}$.

a) $A=6,\ B=2,\ C=1,\quad n=$ ....., $k=$ .....

b) $A=5,\ B=3,\ C=2,\quad n=$ ....., $k=$ .....

c) $A=5,\ B=2,\ C=1,\quad n=$ ....., $k=$ .....

d) $A=6,\ B=3,\ C=2,\quad n=$ ....., $k=$ .....

12. Na potrzeby tego zadania zdefiniujemy średnią liczb rzeczywistych x, y większych od 1, następującym wzorem: $S(x,y)=7^{\sqrt{\log_7 x\,\cdot\,\log_7 y}}$.

Podaj w postaci uproszczonej wartości następujących liczb:

a) $S(2,16)=$ ..... b) $S\left(\sqrt{5},25\right)=$ .....

c) $S(3,81)=$ ..... d) $S\left(\sqrt{2},256\right)=$ .....

13. To samo polecenie, co w zadaniu poprzednim.

a) $S(16,512)=$ ..... b) $S\left(\sqrt[256]{2},512\right)=$ .....

c) $S\left(\sqrt[8]{2},4\right)=$ ..... d) $S(3,9)=$ .....