Test kwalifikacyjny Wersja testu **A** 29 września 2026 r.

Imię

Nazwisko

W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymuje się odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

Podczas rozwiązywania testu nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Wynik testu wraz z wynikiem matury zostanie przeliczony na oceny pozytywne w/g skali uniwersyteckiej: 5.0, 4.5, 4.0, 3.5, 3.0.

Domyślnie na rozszerzony poziom wykładów zapiszemy osoby z ocenami 5.0 i 4.5, a pozostałe osoby (4.0, 3.5, 3.0) na poziom standardowy.

Możesz nieco zmodyfikować tę decyzję stawiając krzyżyk w jednej z poniższych kratek:

☐ Proszę zapisać mnie na poziom rozszerzony w przypadku uzyskania oceny 4.0.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom standardowy w przypadku uzyskania oceny 4.5.

☐ Proszę zapisać mnie na poziom standardowy bez względu na wynik testu.

Czy planujesz realizację specjalności matematyka teoretyczna?

☐ TAK ☐ Rozważam tę opcję ☐ NIE

Specjalność matematyka teoretyczna jest adresowana do osób, które chcą studiować zaawansowaną abstrakcyjną matematykę (niekoniecznie zważając na jej praktyczne zastosowania). Niniejsza deklaracja ma charakter orientacyjny i nie jest wiążąca, będzie natomiast stanowić pomoc przy podziale studentów na nurty.

1. Dla podanej liczby p podaj taką liczbę b, że następujące zdanie jest prawdziwe: Jeżeli długości boków siedmiokąta foremnego zmniejszymy o $b\%$, to pole tego siedmiokąta zmniejszy się o $p\%$.

a) $p=19$, $b=$ ..... b) $p=36$, $b=$ .....

c) $p=64$, $b=$ ..... d) $p=91$, $b=$ .....

2. Podaj w postaci uproszczonej.

a) $\sqrt{\left(3-\sqrt{13}\right)^2}+\sqrt{\left(3+\sqrt{13}\right)^2}=$ .....

b) $\sqrt{\left(3-\sqrt{11}\right)^2}+\sqrt{\left(3+\sqrt{11}\right)^2}=$ .....

c) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}=$ .....

d) $\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}=$ .....

3. Dla podanych liczb a i b podaj taką liczbę c, że w trójkącie o bokach długości a, b, c kąt naprzeciwko boku długości c ma miarę 120°.

a) $a=1$, $b=2$, $c=$ ..... b) $a=1$, $b=1$, $c=$ .....

c) $a=3$, $b=5$, $c=$ ..... d) $a=1$, $b=4$, $c=$ .....

4. Dla podanej liczby A podaj liczbę rzeczywistą $x\in(1,30)$, dla której zachodzi równość $\log_x(30-x)=A$.

a) $A=1/3$, $x=$ ..... b) $A=-1$, $x=$ .....

c) $A=2$, $x=$ ..... d) $A=3$, $x=$ .....

5. Ile krawędzi ma wielościan o podanych ścianach?

a) Wielościan mający 2 ściany pięciokątne i 5 ścian czworokątnych ma ..... krawędzi.

b) Wielościan mający 2 ściany siedmiokątne i 7 ścian czworokątnych ma ..... krawędzi.

c) Wielościan mający jedną ścianę pięciokątną i 5 ścian trójkątnych ma ..... krawędzi.

d) Wielościan mający jedną ścianę siedmiokątną i 7 ścian trójkątnych ma ..... krawędzi.

6. Dla podanej liczby rzeczywistej x podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią y, że $\log_2 x \cdot \log_2 y = \log_2(xy)$.

a) $x = 2\sqrt{2}$, $y =$ ..... b) $x = \sqrt{2}$, $y =$ .....

c) $x = 8$, $y =$ ..... d) $x = 4$, $y =$ .....

7. Dla podanej liczby rzeczywistej x podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią y, że $\log_2 x + \log_2 y = \log_2(x+y)$.

a) $x = 3$, $y =$ ..... b) $x = 2$, $y =$ .....

c) $x = 5$, $y =$ ..... d) $x = 4$, $y =$ .....

8. Podaj najmniejszą dodatnią miarę kąta α (w stopniach), dla której zachodzi podana równość.

a) $\sin 3\alpha = \cos 7\alpha$ dla $\alpha =$ ..... b) $\sin 2\alpha = \cos 3\alpha$ dla $\alpha =$ .....

c) $\sin \alpha = \cos 5\alpha$ dla $\alpha =$ ..... d) $\sin 2\alpha = \cos 7\alpha$ dla $\alpha =$ .....

9. Postęp arytmetyczny $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ o wyrazach rzeczywistych jest rosnący, a ponadto ma następującą własność: *Wyrazy pierwszy, siódmy i dziewiąty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.* Dla podanych liczb i, j podaj taką liczbę całkowitą dodatnią k, aby wyrazy a_i, a_j, a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.

a) $i=6$, $j=16$, $k=$ ..... b) $i=9$, $j=12$, $k=$ .....

c) $i=5$, $j=15$, $k=$ ..... d) $i=3$, $j=17$, $k=$ .....

10. Postęp geometryczny n-wyrazowy $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_n$ o wyrazach rzeczywistych **nie jest rosnący,** a ponadto $a_1=1$ oraz $a_n=4$. Dla podanej liczby n podaj iloczyn $a_1a_2a_3a_4\ldots a_n$ wyrazów tego postępu.

a) $n=77$, $a_1a_2\ldots a_n=$ ..... b) $n=55$, $a_1a_2\ldots a_n=$ .....

c) $n=7$, $a_1a_2\ldots a_n=$ ..... d) $n=5$, $a_1a_2\ldots a_n=$ .....

11. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę naturalną n, że $2^{2^{2^{k+1}}}=n^{2^{2^k}}$.
Uwaga: Potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=6$, $n=$ ..... b) $k=5$, $n=$ .....

c) $k=8$, $n=$ ..... d) $k=7$, $n=$ .....

12. Podaj taką liczbę całkowitą n spełniającą podane nierówności, aby dana liczba była pierwsza – w każdym przypadku sprawdzono, że taka liczba n istnieje.

a) $81\leqslant n\leqslant 243$, 27^n+20^n jest pierwsza dla $n=$ .....

b) $9\leqslant n\leqslant 27$, 4^n+3^n jest pierwsza dla $n=$ .....

c) $25\leqslant n\leqslant 49$, 9^n+8^n jest pierwsza dla $n=$ .....

d) $49\leqslant n\leqslant 125$, 11^n+8^n jest pierwsza dla $n=$ .....