

1. Czy szachownicę 8×8 z usuniętymi dwoma przeciwległymi polami narożnymi można pokryć kostkami domina o wymiarach 1×2 ?
2. Czy szachownicę 8×8 z usuniętym polem narożnym można pokryć klockami o wymiarach 1×3 ?
3. Na szachownicy 8×8 ułożono 21 klocków o wymiarach 1×3 tak, aby każdy klocek pokrywał całkowicie 3 pola. Które z pól mogły pozostać wolne?
4. Czy szachownicę 8×8 można pokryć 12 klockami o wymiarach 5×1 i jednym klockiem o wymiarach 2×2 umieszczonym w rogu szachownicy?
5. Czy szachownicę 8×8 można pokryć 12 klockami o wymiarach 5×1 i jednym klockiem o wymiarach 2×2 ?
6. Ile maksymalnie prostokątów 1×7 można wyciąć z szachownicy 10×10 , tnąc tylko po bokach pól?
7. Z szachownicy o wymiarach 13×13 usunięto wszystkie cztery narożne pola. Dowieść, że tak powstałej figury nie da się rozciąć na prostokąty o wymiarach 1×5 .
8. Dana jest kwadratowa szachownica o boku $4n + 3$ podzielona na pola jednostkowe. Chcemy wyciąć z niej, tnąc tylko po bokach pól, możliwie najwięcej kwadratów o boku 4. Ile maksymalnie kwadratów można wyciąć?
9. Czy istnieje taka liczba naturalna n , że z kwadratu o boku $4n + 3$ można wyciąć więcej niż n^2 kwadratów o boku 4 ?
10. Dana jest kwadratowa szachownica o boku $3n - 1$ podzielona na pola jednostkowe. Ułożono na niej $n^2 - 1$ kwadratów o boku 2, z których każdy pokrywa 4 pola, a przy tym żadne pole nie jest pokryte przez więcej niż jeden kwadrat. Dowieść, że na szachownicy można położyć jeszcze jeden kwadrat o boku 2 pokrywający 4 wolne pola.
11. Czy szachownicę 2014×2014 z usuniętym jednym narożnym polem można pokryć klockami 1×5 i 5-polowymi klockami w kształcie krzyżyka?
12. Kwadrat o boku długości n dzielimy na n^2 kwadratów jednostkowych. Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , dla których taki kwadrat można pociąć wzdłuż linii tego podziału na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2 lub 3.
13. ... z których każdy ma bok długości 2 lub 5.
14. ... z których każdy ma bok długości 3 lub 5.
15. Kwadrat o boku długości n dzielimy na n^2 kwadratów jednostkowych. Czy istnieje liczba naturalna n względnie pierwsza z 30, dla której taki kwadrat można pociąć wzdłuż linii tego podziału na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5 ?
16. Rozstrzygnąć, czy kwadrat o boku 11 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×7 lub 1×9 .
17. Rozstrzygnąć, czy kwadrat o boku 12 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×7 lub 1×9 .
18. Rozstrzygnąć, czy kwadrat o boku 19 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×13 .

19. Na potrzeby tego zadania liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *ładną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której kwadrat ma w zapisie dziesiętnym sumę cyfr równą n . Dowieść, że wśród liczb od 1 do 2017 jest mniej niż 1000 liczb *ładnych*.

20. Na potrzeby tego zadania liczbę całkowitą dodatnią n nazwiemy *ładną*, jeżeli istnieje liczba naturalna, której sześciąt ma w zapisie dziesiętnym sumę cyfr równą n . Dowieść, że wśród liczb od 1 do 2017 jest mniej niż 700 liczb *ładnych*.

21. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych, których nie można przedstawić w postaci sumy trzech kwadratów liczb całkowitych.

22. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych, których nie można przedstawić w postaci sumy trzech sześciątów liczb całkowitych (niekoniecznie dodatnich).

23. Sformułować cechę podzielności przez 32.

24. Wyznaczyć liczbę takich liczb całkowitych dodatnich d , że prawdziwa jest następująca cecha podzielności: Dla dowolnej liczby naturalnej n , liczba n jest podzielna przez d wtedy i tylko wtedy, gdy jej siedmiocyfrowa końcówka tworzy liczbę podzielną przez d .

25. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $6^{17} + 5^{17}$.

26. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $6^{22} + 5^{22}$.

27. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $17^{26} - 2^{26}$.

28. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $2^{25} - 1$.

29. Wskazać dwucyfrowy dzielnik pierwszy liczby $2^{25} + 1$.

30. Wskazać dwa dwucyfrowe dzielniki pierwsze liczby $3^{136} - 2^{136}$.

31. Dowieść, że wśród liczb $3^n + 2^n$, gdzie $n \in \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$, jest mniej niż 20 liczb pierwszych.

32. Dowieść, że wśród liczb $3^n - 2^n$, gdzie $n \in \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$, jest mniej niż 500 liczb pierwszych.

33. Wyznaczyć największy wspólny dzielnik liczb $n^2 - n$, gdzie n przebiega wszystkie liczby całkowite dodatnie.

34. Wyznaczyć największy wspólny dzielnik liczb $n^3 - n$, gdzie n przebiega wszystkie liczby całkowite dodatnie.

35. Wyznaczyć największy wspólny dzielnik liczb $n^5 - n$, gdzie n przebiega wszystkie liczby całkowite dodatnie.

36. Wyznaczyć największy wspólny dzielnik liczb $n^7 - n$, gdzie n przebiega wszystkie liczby całkowite dodatnie.

37. Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych.

38. Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych postaci $4k + 3$.

39. Udowodnić, że istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych postaci $6k + 5$.