101. Na płaszczyźnie zaznaczono 5 punktów kratowych. Dowieść, że można wybrać takie dwa z nich, że na odcinku, który je łączy, znajduje się jeszcze co najmniej jeden punkt kratowy.
Uwaga: Punktem kratowym nazywamy punkt o obu współrzędnych całkowitych.

102. Na płaszczyźnie zaznaczono 10 punktów kratowych. Dowieść, że można wybrać takie dwa z nich, że na odcinku, który je łączy, znajdują się jeszcze co najmniej dwa punkty kratowe.

103. Ciąg Fibonacciego (F_n) jest zdefiniowany wzorami

$$F_1=F_2=1 \quad \text{oraz} \quad F_{n+2}=F_n+F_{n+1} \text{ dla } n=1,2,3,\ldots$$

Dowieść, że ciąg 1,1,2,3,5,8,3,1,4,5,9,4,3,... złożony z cyfr jedności kolejnych wyrazów ciągu Fibonacciego jest okresowy.

104. Wewnątrz kwadratu o boku 10 wybrano 101 punktów. Dowieść, że pewne dwa z tych punktów są odległe o mniej niż 3/2.

105. Wewnątrz kwadratu o boku 12 wybrano 290 punktów. Dowieść, że pewne dwa z tych punktów są odległe o mniej niż 1.

106. Wewnątrz kwadratu o boku 12 wybrano 215 punktów. Dowieść, że pewne dwa z tych punktów są odległe o mniej niż 1.

107. Czy dowolny zbiór złożony z $n-1$ liczb całkowitych zawiera niepusty podzbiór o sumie podzielnej przez n ?

108. Czy dowolny zbiór złożony z n liczb całkowitych zawiera niepusty podzbiór o sumie podzielnej przez n ?

109. Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite dodatnie, których pewna dodatnia wielokrotność ma w zapisie dziesiętnym same jedynki.

110. Dowieść, że dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x istnieje taka liczba całkowita dodatnia $n\leqslant 1000$, że liczba nx zapisana w zapisie dziesiętnym ma bezpośrednio po przecinku trzy zera lub trzy dziewiątki.

111. Dowieść, że istnieje liczba całkowita dodatnia, którą na więcej niż 100 sposobów można przedstawić w postaci $a^2+b^3+c^5$, gdzie a, b, c są liczbami całkowitymi dodatnimi.

112. Dowieść, że istnieje 100 kolejnych liczb całkowitych dodatnich, z których żadnej nie można przedstawić w postaci $a^2+b^3+c^7$, gdzie a, b, c są liczbami całkowitymi dodatnimi.

113. Dowieść, że istnieje 100 kolejnych liczb całkowitych dodatnich, z których żadnej nie można przedstawić w postaci $a^2+b^3+c^7+d^{43}+e^{1807}$, gdzie a, b, c, d, e są liczbami całkowitymi dodatnimi.

114. Dowieść, że istnieje liczba całkowita dodatnia, którą na więcej niż 100 sposobów można przedstawić w postaci $a^2+b^3+c^7+d^{43}+e^{1807}$, gdzie a, b, c, d, e są liczbami całkowitymi dodatnimi.

115. Wyznaczyć wszystkie liczby pierwsze p o następującej własności: W zapisie dziesiętnym liczby p występują tylko cyfry 0 i 1, przy czym każde dwie kolejne cyfry są różne, tzn. cyfry 0 i 1 występują na przemian. Przyjmujemy ponadto, że pierwszą cyfrą od lewej jest 1 (aby nie było zera początkowego).

Jeśli nie potrafisz podać pełnego rozwiązania, podaj rozwiązanie częściowe, tzn. jak najwięcej przykładów liczb pierwszych opisanej postaci i jak największy zbiór liczb tej postaci, o których potrafisz wykazać, że są złożone.

116. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych, których nie można przedstawić w postaci sumy 14 czwartych potęg liczb całkowitych.

117. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych, których nie można przedstawić w postaci sumy 15 czwartych potęg liczb całkowitych.

118. Dowieść, że istnieją liczby całkowite dodatnie a, b, c spełniające równanie

$$a^{2016}+b^{2016}=c^{2017}\,.$$

119. Dowieść, że istnieją liczby całkowite dodatnie a, b, c spełniające równanie

$$a^3+b^4=c^5\,.$$

120. Dowieść, że istnieją liczby całkowite dodatnie a, b, c spełniające równanie

$$a^4+b^5=c^6\,.$$

121. Dowieść, że istnieją liczby całkowite dodatnie a, b, c spełniające równanie

$$a^9+b^{12}=c^{14}\,.$$

122. Ile istnieje takich liczb całkowitych dodatnich $n<105$, że liczba n^2-1 jest podzielna przez 105?

123. Ile istnieje takich liczb całkowitych dodatnich $n<91$, że liczba n^3-1 jest podzielna przez 91?

124. Dowieść, że istnieje 2017 kolejnych liczb złożonych.

125. Dowieść, że istnieje 2017 kolejnych liczb naturalnych, z których każda ma co najmniej 2017 rożnych dzielników pierwszych.

126. Dowieść, że istnieje 2017 kolejnych liczb naturalnych, z których każda jest podzielna przez 2017-tą potęgę pewnej liczby pierwszej.

127. Dowieść, że istnieje 2017 kolejnych liczb naturalnych, z których każda ma dzielnik pierwszy postaci $4k+3$ występujący w jej rozkładzie na czynniki pierwsze w pierwszej potędze.