291. Udowodnij istnienie nieskończenie wielu takich liczb naturalnych n, że dla pewnej liczby naturalnej k liczba $n!$ jest podzielna przez 3^k, ale nie jest podzielna przez 4^k.

292. Udowodnij istnienie nieskończenie wielu takich liczb naturalnych n, że dla pewnej liczby naturalnej k liczba $n!$ jest podzielna przez 4^k, ale nie jest podzielna przez 3^k.

293. Dana jest szachownica $n \times n$ pomalowana w standardowy sposób. W jednym ruchu możemy zmienić na przeciwny kolor wszystkich pól w jednym rzędzie poziomym lub pionowym. Jaką najmniejszą niezerową liczbę pól czarnych możemy uzyskać wykonując ciąg dozwolonych ruchów?

294. Rozstrzygnij, czy można wybrać 75 punktów $P_1, P_2, \ldots, P_{75}$ wewnątrz koła o promieniu 300 w taki sposób, aby $P_iP_j > i+j$ dla wszystkich $1 \leqslant i < j \leqslant 75$.

295. Rozwiąż równanie

$$m^{m+n} = (m+n)^n$$

w liczbach całkowitych dodatnich m, n.

296. Udowodnij, że dla dowolnych liczb całkowitych dodatnich m, n liczba

$$\frac{(10m)! \cdot (10n)!}{(5m)! \cdot (5n)! \cdot (3m+2n)! \cdot (3n+2m)!}$$

jest całkowita.

297. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele nieprzystających trójkątów prostokątnych o bokach całkowitej długości, w których długości przyprostokątnych są względnie pierwszymi liczbami różniącymi się o 7.

298. Na płaszczyźnie danych jest 2018 punktów, z których dowolne cztery są wierzchołkami czworokąta wypukłego. Udowodnij, że można tak połączyć te punkty w pary rysując 1009 odcinków, aby dowolne dwa narysowane odcinki się przecinały.

299. Udowodnij, że pole rzutu prostokątnego sześcianu o krawędzi 1 na płaszczyznę jest nie większe niż $\sqrt{3}$.

300. Udowodnij, że w dowolnym czworościanie istnieje wierzchołek, przy którym wszystkie kąty płaskie są ostre.