

**651.** Wyznaczyć największy możliwy iloczyn liczb całkowitych dodatnich o sumie 200.

**652.** Rozstrzygnąć, czy kwadrat o boku 666 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary  $15 \times 20$  lub  $14 \times 21$ .

**653.** Rozwiązać równanie

$$3^k = 4^m + 5^n$$

w liczbach całkowitych dodatnich  $k, m, n$ .

**654.** Wyznaczyć wszystkie liczby całkowite dodatnie  $n < 2501$ , dla których liczba  $n^{11} - 2$  jest podzielna przez 2501.

**655.** Wielomian  $W(x)$  o współczynnikach całkowitych przyjmuje wartość 2000 dla trzech różnych argumentów całkowitych. Dowieść, że równanie  $W(x) = 2019$  na co najwyżej jedno rozwiązanie całkowite.

**656.** Wyznaczyć wszystkie takie pary  $(n, r)$ , gdzie  $n$  jest liczbą całkowitą dodatnią, a  $r$  liczbą rzeczywistą, że wielomian  $(x - 2)^n - r$  jest podzielny przez wielomian  $x^2 - 2x + 2$ .

**657.** Dane są takie liczby całkowite dodatnie  $a$  i  $b$ , że dla każdej liczby całkowitej dodatniej  $n$  liczba  $b^n + n$  jest podzielna przez  $a^n + n$ . Dowieść, że  $a = b$ .

**658.** Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich  $a, b, c$  zachodzi nierówność

$$3(a + \sqrt{ab} + \sqrt[3]{abc}) \leq 4(a + b + c).$$

**659.** Na tablicy napisano pewną liczbę całkowitą dodatnią. Dwaj gracze na przemian wykonują ruchy polegające na odjęciu od aktualnie zapisanej liczby jej dzielnika będącego jedynką, liczbą pierwszą lub iloczynem dwóch (niekoniecznie różnych) liczb pierwszych. Wygrywa gracz, który napisze liczbę 0. Jaka jest strategia w tej grze?

**660.** Wyznaczyć wszystkie funkcje ciągłe  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  spełniające dla każdego  $x > 0$  warunki:

$$f(x) = f(1/x), \quad f(x^2) = (f(x))^2 - 2, \quad f(x^3) = (f(x))^3 - 3f(x).$$