

1. Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej a zachodzi nierówność

$$8a \leq a^8 + 7.$$

2. Wyznacz największą wartość wyrażenia

$$\frac{abcde}{a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5},$$

gdzie a, b, c, d, e przebiegają liczby rzeczywiste dodatnie.

3. Wyznacz największą wartość wyrażenia

$$\frac{abc}{a^2 + b^3 + c^6},$$

gdzie a, b, c przebiegają liczby rzeczywiste dodatnie.

4. Wyznacz największą wartość wyrażenia

$$\frac{a \cdot (b + c)}{a^2 + b^2 + c^2},$$

gdzie a, b, c przebiegają liczby rzeczywiste dodatnie.

5. Wyznacz najmniejszą wartość wyrażenia

$$a^4 + b^4 + ab,$$

gdzie a, b przebiegają liczby rzeczywiste.

6. Wyznacz największą wartość wyrażenia

$$\frac{ab + bc + cd + da}{(a + b + c + d)^2},$$

gdzie a, b, c, d przebiegają liczby rzeczywiste dodatnie spełniające warunek

$$a \geq 2b.$$