

6. Wyznacz największą wartość wyrażenia

$$\frac{ab+bc+cd+da}{(a+b+c+d)^2},$$

gdzie  $a, b, c, d$  przebiegają liczby rzeczywiste dodatnie spełniające warunek

$$a \geq 2b.$$

7. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^{99} + b^{99} = c^{100}.$$

8. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^3 + b^4 = c^5.$$

9. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^5 + b^6 = c^7.$$

10. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^4 + b^5 = c^6.$$

11. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^6 + b^9 = c^{10}.$$

12. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^3 + b^4 + c^5 = d^4.$$

13. Udowodnij istnienie nieskończenie wielu takich trójek liczb całkowitych dodatnich  $a, b, c$ , że

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c) = 1$ .

**Wskazówka:** Przyjmij  $a = x - y$  oraz  $c = x + y$ , a następnie podstaw za  $x$  oraz  $y$  odpowiednie wyrażenia.

14. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^3 + b^4 + c^5 = d^4,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c, d) = 1$ .

**Wskazówka:** Przyjmij  $b = x - 1$  oraz  $d = x + 1$ , a następnie podstaw za  $x$  odpowiednią liczbę.

15. Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^4 + b^5 + c^7 = d^4,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c, d) = 1$ .

16. Rozstrzygnij, czy równanie

$$a^8 + b^{24} + c^{25} + d^{48} + e^{49} = f^8$$

ma rozwiązanie w dodatnich liczbach całkowitych  $a, b, c, d, e, f$  spełniających warunek  $\text{NWD}(a, b, c, d, e, f) = 1$ .