

41. Udowodnij, że nie istnieje dodatnia liczba całkowita  $n$ , dla której liczba  $(92n)!$  jest podzielna przez liczbę  $(95!)^n$ .

42. Udowodnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $(n^2)!$  jest podzielna przez  $(n!)^{n+1}$ .

43. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele dodatnich liczb całkowitych  $n$ , dla których liczba  $(n^2)!$  nie jest podzielna przez  $(n!)^{n+2}$ .

44. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele dodatnich liczb całkowitych  $n$ , dla których liczba  $(n^2)!$  jest podzielna przez  $(n!)^{n+2}$ .

45. Udowodnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej  $n$  liczba  $(2n)!$  jest podzielna przez  $n! \cdot (n+1)!$ .

46. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele dodatnich liczb całkowitych  $n$ , dla których liczba  $(2n)!$  jest podzielna przez  $n! \cdot (n+2)!$ .

47. Udowodnij, że istnieje nieskończenie wiele dodatnich liczb całkowitych  $n$ , dla których liczba  $(2n)!$  nie jest podzielna przez  $n! \cdot (n+2)!$ .

48. Udowodnij, że w dowolnym czworoboku odcinki łączące środki przeciwległych krawędzi przecinają się w jednym punkcie.

49. Udowodnij, że w dowolnym ostrosłupie o podstawie będącej czworokątem wypukłym odcinki łączące środki ciężkości ścian bocznych ze środkami przeciwległych krawędzi podstawy przecinają się w jednym punkcie. W jakiej proporcji odcinki te są dzielone przez punkt przecięcia?

50. Dany jest czworobok foremny  $ABCD$  o krawędzi długości 4. Na krawędziach  $AB$ ,  $AC$  i  $AD$  wybrano odpowiednio takie punkty  $E$ ,  $F$  i  $G$ , że  $AE = 1$ ,  $AF = 2$  oraz  $AG = 3$ . Wskazać (podając odległości od wierzchołków) takie punkty  $P$ ,  $Q$  i  $R$  leżące odpowiednio na krawędziach  $CD$ ,  $BD$  i  $BC$ , że odcinki  $EP$ ,  $FQ$  i  $GR$  przecinają się w jednym punkcie.