

51. Czy prostokątnymi paskami papieru o wymiarach 1×4 można okleić trzy ściany prostopadłościanu $10 \times 10 \times 11$ mające wspólny wierzchołek? Paski można zaginać wzdłuż krawędzi prostopadłościanu, ale nie mogą na siebie zachodzić ani wystawać poza oklejane ściany.

52. Rozstrzygnij, czy istnieje sześciian o wierzchołkach w punktach kratowych, którego długość krawędzi nie jest liczbą całkowitą.

53. Udowodnij nierówność

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{21} + \frac{3}{91} + \frac{4}{273} + \dots + \frac{k}{k^4 + k^2 + 1} + \dots + \frac{2016}{2016^4 + 2016^2 + 1} < \frac{1}{2}.$$

54. Czy spośród dowolnych 35 różnych liczb naturalnych można wybrać takie trzy różne liczby a, b, c , że liczba $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ jest podzielna przez 17?

55. Czy spośród dowolnych 34 różnych liczb naturalnych można wybrać takie trzy różne liczby a, b, c , że liczba $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ jest podzielna przez 17?

56. Czy spośród dowolnych 38 różnych liczb naturalnych można wybrać takie trzy różne liczby a, b, c , że liczba $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ jest podzielna przez 19?

57. W rejs łódką po jeziorze może wyruszyć trzech turystów. Czy można tak zaplanować rejsy dla 7-osobowej wycieczki, aby każdym dwóch uczestników płynęło ze sobą dokładnie raz?

58. W rejs łódką po jeziorze może wyruszyć trzech turystów. Czy można tak zaplanować rejsy dla 13-osobowej wycieczki, aby każdym dwóch uczestników płynęło ze sobą dokładnie raz?

59. W rejs łódką po jeziorze może wyruszyć czterech turystów. Czy można tak zaplanować rejsy dla 13-osobowej wycieczki, aby każdym dwóch uczestników płynęło ze sobą dokładnie raz?

60. W rejs łódką po jeziorze może wyruszyć trzech lub czterech turystów. Czy można tak zaplanować rejsy dla 17-osobowej wycieczki, aby każdym dwóch uczestników płynęło ze sobą dokładnie raz?

61. W rejs łódką po jeziorze może wyruszyć trzech lub czterech turystów. Czy można tak zaplanować rejsy dla 19-osobowej wycieczki, aby każdym dwóch uczestników płynęło ze sobą dokładnie raz, a przy tym co najmniej raz płynęło łódką czterech turystów?

62. W rozgrywkach ligi piłkarskiej bierze udział $2n$ drużyn. Zaplanuj rozgrywki każdy z każdym w formie $2n - 1$ kolejek tak, aby każda drużyna grała w każdej kolejce dokładnie jeden mecz.

63. Udowodnij, że istnieją takie pięcioelementowe podzbiory A_1, A_2, \dots, A_{201} zbioru $\{1, 2, \dots, 15\}$, że dla każdego $1 \leq i < j \leq 201$ zbiór $A_i \cap A_j$ ma co najwyżej trzy elementy.

64. Ile najwięcej można wybrać podzbiorów zbioru 7-elementowego tak, aby każde dwa wybrane podzbiory różniły się przynależnością co najmniej trzech elementów (czyli, aby różnica symetryczna tych podzbiorów była co najmniej 3-elementowa)?

65. Ile najwięcej można wybrać podzbiorów zbioru 15-elementowego tak, aby każde dwa wybrane podzbiory różniły się przynależnością co najmniej trzech elementów?

66. Udowodnij, że na przestrzennej szachownicy 8×8 można tak ustawić 32 wieże, aby każde pole było zajęte lub atakowane przez jakąś wieżę.