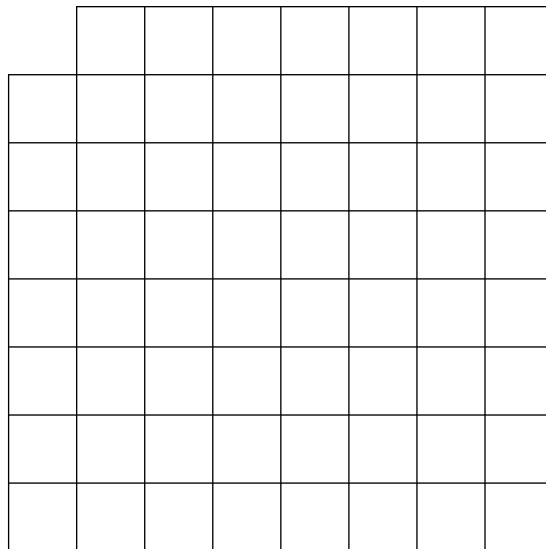


2. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 8×8 z usuniętymi przeciwległymi polami narożnymi (rys. 1) nie można pokryć kostkami domina (czyli prostokątami o wymiarach 1×2).

Rozwiąż zadanie dwoma istotnie różnymi sposobami.

Obowiązują standardowe założenia: kostki nie mogą na siebie zachodzić ani wystawać poza pokrywany figurę.

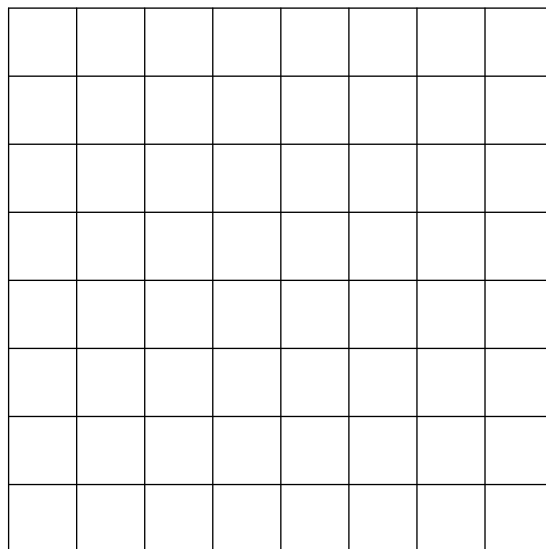


rys. 1

4. Podaj przykład figury złożonej z sześciu pól (czyli kwadratów jednostkowych), której nie da się pokryć kostkami domina, pomimo że:

- przy standardowym kolorowaniu (czarnobiałym, pola sąsiadujące bokiem mają różne kolory) pól białych jest tyle samo, co czarnych,
- figura jest *w jednym kawałku*, tzn. od każdego pola wieża może przejść (w jednym lub kilku ruchach) do każdego innego.

6. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 8×8 z usuniętym polem narożnym (rys. 2) nie można pokryć prostokątami o wymiarach 1×3 .

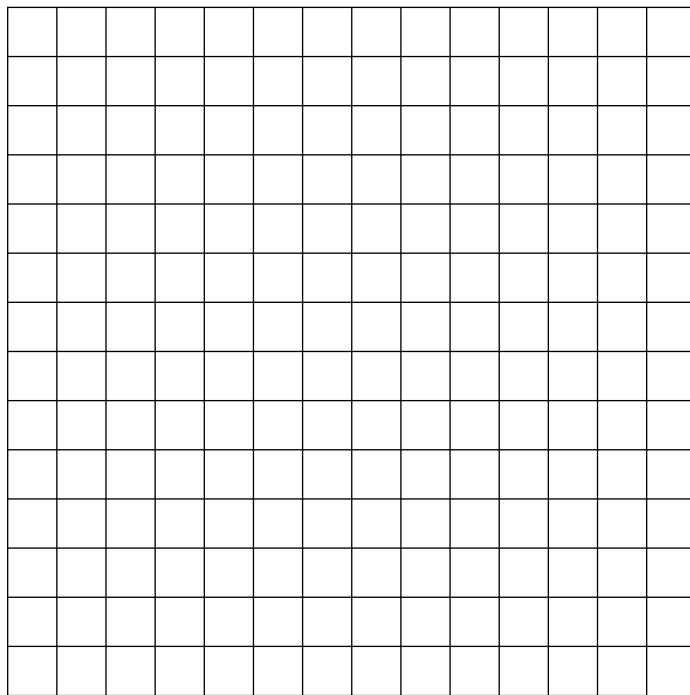


rys. 2

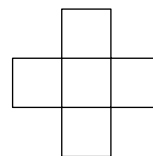
8. Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Czy można umieścić w nim 21 prostokątów o wymiarach 1×3 w taki sposób, aby każdy prostokąt pokrywał 3 pola, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodziły? Jeśli tak, to które pole może pozostać niepokryte?

10. Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×5 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 5 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

12. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 14×14 z usuniętym polem narożnym (rys. 3) nie można wypełnić prostokątami o wymiarach 1×5 oraz pięciopółowymi krzyżkami jak na rysunku 4.



rys. 3



rys. 4

14. Kwadrat o boku 18 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile najwięcej prostokątów o wymiarach 1×7 można umieścić w kwadracie w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 7 pól, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodzą?

16. Kwadrat o boku 23 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×9 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 9 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

18. Dla których liczb nieparzystych $n \geq 3$ kwadrat o boku n z usuniętym centralnym polem można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×4 ?

20. Czy kwadrat o boku długości 17 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2 lub 3?