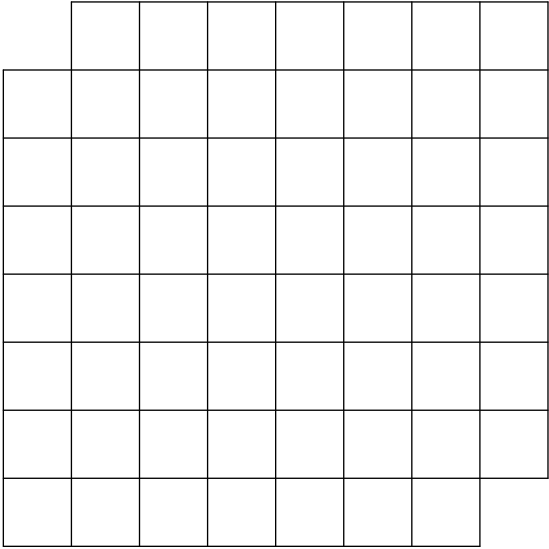


2. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 8×8 z usuniętymi przeciwległymi polami narożnymi (rys. 2) nie można pokryć kostkami domina (czyli prostokątami o wymiarach 1×2).

Rozwiąż zadanie dwoma istotnie różnymi sposobami.

Obowiązują standardowe założenia: kostki nie mogą na siebie zachodzić ani wystawać poza pokrywaną figurę.

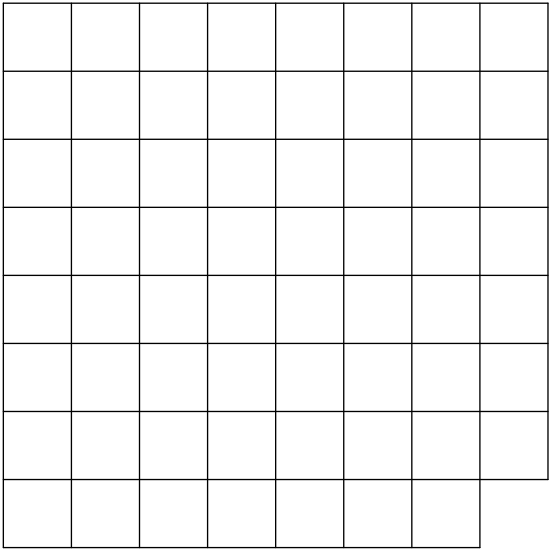


rys. 2

4. Podaj przykład figury złożonej z sześciu pól (czyli kwadratów jednostkowych), której nie da się pokryć kostkami domina, pomimo że:

- przy standardowym kolorowaniu (czarnobiałym, pola sąsiadujące bokiem mają różne kolory) pól białych jest tyle samo, co czarnych,
- figura jest *w jednym kawałku*, tzn. od każdego pola wieża może przejść (w jednym lub kilku ruchach) do każdego innego.

6. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 8×8 z usuniętym polem narożnym (rys. 4) nie można pokryć prostokątami o wymiarach 1×3 .

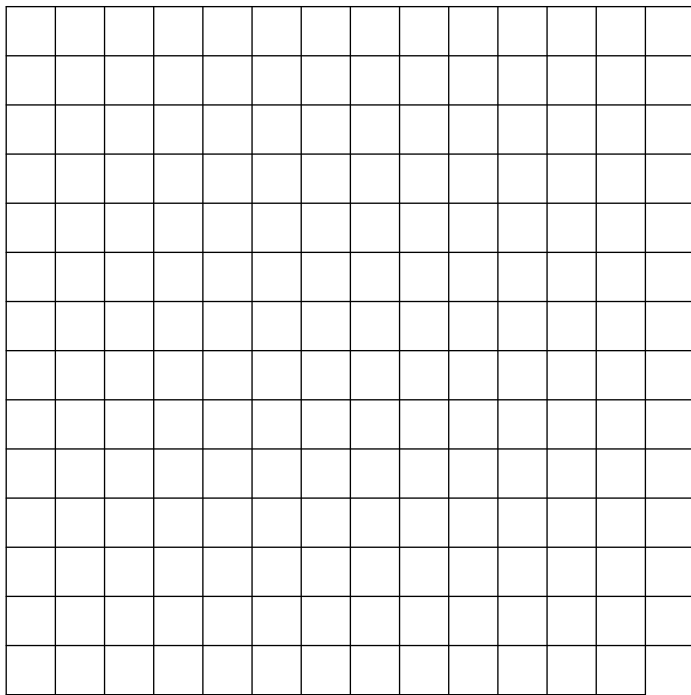


rys. 4

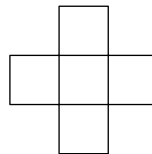
8. Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Czy można umieścić w nim 21 prostokątów o wymiarach 1×3 w taki sposób, aby każdy prostokąt pokrywał 3 pola, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodziły? Jeśli tak, to które pole może pozostać niepokryte?

20. Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×5 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 5 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

22. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 14×14 z usuniętym polem narożnym (rys. 6) nie można wypełnić prostokątami o wymiarach 1×5 oraz pięciopółowymi krzyżami jak na rysunku 8.



rys. 6



rys. 8

24. Kwadrat o boku 18 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile najwięcej prostokątów o wymiarach 1×7 można umieścić w kwadracie w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 7 pól, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodzą?

26. Kwadrat o boku 23 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×9 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 9 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

28. Kwadrat o boku 28 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile najwięcej prostokątów o wymiarach 1×11 można umieścić w kwadracie w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 11 pól, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodzą?

40. Czy kwadrat o boku długości 17 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2 lub 3?

42. Czy kwadrat o boku długości 19 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 3 lub 5?

44. Czy kwadrat o boku długości 17 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5?

46. Czy kwadrat o boku długości 19 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5?

48. Czy kwadrat o boku długości 19 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, przy czym kwadrat o boku 3 jest tylko jeden?

60. Czy kwadrat o boku długości 24 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, przy czym kwadrat o boku 5 jest dokładnie jeden?

62. Czy sześcián o krawędzi długości 19 można podzielić na sześciány, z których każdy ma krawędź długości 2, 3 lub 5?

64. Czy sześcián o krawędzi długości 19 można podzielić na figury, z których każda jest sześciánem o krawędzi 2 lub prostopadłościánem o wymiarach $3 \times 3 \times 1$?

66. Czy istnieje taka liczba całkowita dodatnia n niepodzielna przez 2, 3, 5 ani 7, że sześcián o krawędzi długości n można podzielić na sześciány, z których każdy ma krawędź długości 2, 3, 5 lub 7?

68. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 12 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11 .

80. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 13 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11 .

82. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 14 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11 .

84. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 23 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11 .

86. Rozstrzygnij, czy sześcián o krawędzi 16 można podzielić na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 9$ lub $1 \times 1 \times 11$.

88. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 17 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11 .

200. Rozstrzygnij, czy sześcián o krawędzi 17 można podzielić na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 9$ lub $1 \times 1 \times 11$.