

7. Szkicowanie wykresów prostych funkcji. Podstawowe własności funkcji: różnowartościowość, monotoniczność, okresowość, parzystość, nieparzystość. Wyznaczanie zbioru wartości prostych funkcji na podanym przedziale.

10 stycznia 2009 r.

105. Funkcja jest

- a) okresowa
- b) parzysta
- c) nieparzysta

wtedy i tylko wtedy, gdy jej wykres jest niezmienniczy ze względu na

106. Czy funkcja f zdefiniowana podanym wzorem jest parzysta? Nieparzysta? Monotoniczna?

- a) $f(x) = 0$
- b) $f(x) = 37$
- c) $f(x) = 2x$
- d) $f(x) = 2x^2 + 1$
- e) $f(x) = 14x^5 + 6x^3$
- f) $f(x) = 14x^6 + 6x^4$
- g) $f(x) = x^6 + x^5$

107. Niech

$$f(x) = \left| \left[x + \frac{1}{2} \right] - x \right|,$$

gdzie $[.]$ oznacza część całkowitą liczby rzeczywistej. Naszkicować wykres funkcji f oraz wykresy następujących funkcji

- a) $f_1(x) = f(2x)$
- b) $f_2(x) = f(x/2)$
- c) $f_3(x) = 2f(x)$
- d) $f_4(x) = f\left(x + \frac{1}{4}\right)$
- e) $f_5(x) = f\left(x + \frac{1}{2}\right)$
- f) $f_6(x) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$
- g) $f_7(x) = \frac{1}{2} - f(x)$
- h) $f_8(x) = f\left(\left|x - \frac{1}{4}\right|\right)$

i) $f_9(x) = \left| f\left(x - \frac{1}{4}\right) \right|$

j) $f_{10}(x) = \frac{f(2x)}{2}$

k) $f_{11}(x) = f(x) + x$

l) $f_{12}(x) = 5f(x) + 3x$

108. Naszczycować wykres funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem

a) $f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{x}{x-1}$

c) $f(x) = 2 + \frac{1}{x+3}$

d) $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

e) $f(x) = 1 - \frac{1}{|x|}$

f) $f(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$

g) $f(x) = 1 - \frac{1}{|x|-2}$

h) $f(x) = 1 - \frac{1}{|x-2|}$

i) $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{x-2} \right|$

j) $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{|x|-2} \right|$

k) $f(x) = \left| 1 - \frac{1}{|x-2|} \right|$

109. Funkcja f spełnia warunki

$$f(3-x) = f(x), \quad f(6-x) = f(x)$$

dla dowolnej liczby rzeczywistej x . Dowieść, że funkcja f jest okresowa i parzysta.

110. Dla każdej z liczb $i \in \{1, 2, \dots, 13\}$ wskazać taką liczbę $j \in \{1, 2, \dots, 13\}$, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x

$$f_j(f_i(x)) = x.$$

$$f_1(x) = 37 + x$$

$$f_2(x) = 37 - x$$

$$f_3(x) = x - 37$$

$$f_4(x) = 3x - 2$$

$$f_5(x) = 3x - 4$$

$$f_6(x) = 3x - 6$$

$$f_7(x) = \frac{x}{3} + 2$$

$$f_8(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$$

$$f_9(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$$

$$f_{10}(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{11}(x) = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{12}(x) = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{13}(x) = \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}|x|$$

111. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = x^2$ na przedziale

- a) $[1, 4)$
- b) $[-2, -1)$
- c) $(-3, 2)$

112. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = |2^x - 8|$ na przedziale

- a) $(0, 1)$
- b) $(2, 4]$
- c) $\left(-\infty, 3\frac{1}{2}\right]$

113. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = x^4 - 50x^2$ na przedziale

- a) $(-10, -6)$
- b) $(-7, -1)$
- c) $(-6, 1)$
- d) $(-1, 7)$
- e) $(3, 10)$

<http://www.math.uni.wroc.pl/mdm/>