

7. Szkicowanie wykresów prostych funkcji. Podstawowe własności funkcji: różnowartościowość, monotoniczność, okresowość, parzystość, nieparzystość. Wyznaczanie zbioru wartości prostych funkcji na podanym przedziale.

9 stycznia 2010 r.

105. Funkcja jest

- a) okresowa
- b) parzysta
- c) nieparzysta

wtedy i tylko wtedy, gdy jej wykres jest niezmienniczy ze względu na

106. Czy funkcja f zdefiniowana podanym wzorem jest parzysta? Nieparzysta? Monotoniczna?

- a) $f(x) = 0$
- b) $f(x) = 37$
- c) $f(x) = 2x$
- d) $f(x) = 2x^2 + 1$
- e) $f(x) = 14x^5 + 6x^3$
- f) $f(x) = 14x^6 + 6x^4$
- g) $f(x) = x^6 + x^5$

107. Niech

$$f(x) = \left| \left[x + \frac{1}{2} \right] - x \right|,$$

gdzie $[.]$ oznacza część całkowitą liczby rzeczywistej. Naszpicować wykres funkcji f oraz wykresy następujących funkcji

- a) $f_1(x) = f(2x)$
- b) $f_2(x) = f(x/2)$
- c) $f_3(x) = 2f(x)$
- d) $f_4(x) = f\left(x + \frac{1}{4}\right)$
- e) $f_5(x) = f\left(x + \frac{1}{2}\right)$
- f) $f_6(x) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$
- g) $f_7(x) = \frac{1}{2} - f(x)$
- h) $f_8(x) = f\left(\left|x - \frac{1}{4}\right|\right)$

$$\text{i)} f_9(x) = \left| f\left(x - \frac{1}{4}\right) \right|$$

$$\text{j)} f_{10}(x) = \frac{f(2x)}{2}$$

$$\text{k)} f_{11}(x) = f(x) + x$$

$$\text{l)} f_{12}(x) = 5f(x) + 3x$$

108. Naszczycować wykres funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem

$$\text{a)} f(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$$

$$\text{b)} f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$\text{c)} f(x) = 2 + \frac{1}{x+3}$$

$$\text{d)} f(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\text{e)} f(x) = 1 - \frac{1}{|x|}$$

$$\text{f)} f(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$$

$$\text{g)} f(x) = 1 - \frac{1}{|x|-2}$$

$$\text{h)} f(x) = 1 - \frac{1}{|x-2|}$$

$$\text{i)} f(x) = \left| 1 - \frac{1}{x-2} \right|$$

$$\text{j)} f(x) = \left| 1 - \frac{1}{|x|-2} \right|$$

$$\text{k)} f(x) = \left| 1 - \frac{1}{|x-2|} \right|$$

109. Funkcja f spełnia warunki

$$f(3-x) = f(x), \quad f(6-x) = f(x)$$

dla dowolnej liczby rzeczywistej x . Dowieść, że funkcja f jest okresowa i parzysta.

110. Dla każdej z liczb $i \in \{1, 2, \dots, 13\}$ wskazać taką liczbę $j \in \{1, 2, \dots, 13\}$, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x

$$f_j(f_i(x)) = x.$$

$$f_1(x) = 37 + x$$

$$f_2(x) = 37 - x$$

$$f_3(x) = x - 37$$

$$f_4(x) = 3x - 2$$

$$f_5(x) = 3x - 4$$

$$f_6(x) = 3x - 6$$

$$f_7(x) = \frac{x}{3} + 2$$

$$f_8(x) = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$$

$$f_9(x) = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$$

$$f_{10}(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{11}(x) = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{12}(x) = \frac{5}{4}x + \frac{3}{4}|x|$$

$$f_{13}(x) = \frac{5}{4}x - \frac{3}{4}|x|$$

111. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = x^2$ na przedziale

- a) $[1, 4)$
- b) $[-2, -1)$
- c) $(-3, 2)$

112. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = |2^x - 8|$ na przedziale

- a) $(0, 1)$
- b) $(2, 4]$
- c) $\left(-\infty, 3\frac{1}{2}\right]$

113. Podać zbiór wartości funkcji f danej wzorem $f(x) = x^4 - 50x^2$ na przedziale

- a) $(-10, -6)$
- b) $(-7, -1)$
- c) $(-6, 1)$
- d) $(-1, 7)$
- e) $(3, 10)$

<http://www.math.uni.wroc.pl/mdm/>