

Test (nr 2) do samodzielnego treningu

W każdym z 20 zadań udziel czterech **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

Nie używaj kalkulatora.

Za każde zadanie, w którym podasz 4 poprawne odpowiedzi, dostaniesz 1 punkt.

Za pozostałe zadania nie dostaniesz punktów.

Sugerowany czas rozwiązywania: 120 minut.

1. Czy podana liczba jest podzielna przez 2^{100}

- a) 561606543115431651654028³⁰ ;
- b) 561606543115431651654032⁴⁰ ;
- c) 561606543115431651654036⁵⁰ ;
- d) 561606543115431651654038⁶⁰ ?

2. Czy podana liczba jest podzielna przez 24^{24}

- a) 32^{32} ;
- b) 36^{36} ;
- c) 54^{54} ;
- d) 60^{60} ?

3. Czy istnieje taka liczba pierwsza p , że

- a) liczba $p+5$ jest pierwsza ;
- b) liczba $p+7$ jest pierwsza ;
- c) liczba $p+9$ jest pierwsza ;
- d) liczba $p+13$ jest pierwsza ?

4. Czy istnieją dwie liczby naturalne, których największy wspólny dzielnik stanowi $p\%$ ich najmniejszej wspólnej wielokrotności, jeżeli

- a) $p = 20$;
- b) $p = 30$;
- c) $p = 40$;
- d) $p = 50$?

5. Czy podany wielomian jest podzielny przez wielomian $x+1$

- a) $x^{125} - 1$;
- b) $x^{125} + 1$;
- c) $x^{128} - 1$;
- d) $x^{128} + 1$?

6. Czy liczba $\binom{n+1}{k+1}$ jest podzielna przez liczbę $\binom{n}{k}$, jeżeli

- a) $n = 46, k = 6$;
- b) $n = 47, k = 7$;
- c) $n = 48, k = 8$;
- d) $n = 49, k = 9$?

7. Czy równość

$$a^4 \cdot b^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

jest prawdziwa dla

- a) $a = 2, b = 2$;
- b) $a = 3, b = 2$;
- c) $a = 3, b = 3/2$;
- d) $a = 2, b = 5/2$?

8. Czy prawdą jest, że dla dowolnych liczb naturalnych n, k spełniających warunek $n \geq k + 3$, liczba $\binom{n+3}{k+3}$ jest równa

- a) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} + \binom{n+1}{k+2} + \binom{n+2}{k+3}$;
- b) $\binom{n}{k} + 3\binom{n}{k+1} + 3\binom{n}{k+2} + \binom{n}{k+3}$;
- c) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} + 2\binom{n+1}{k+2} + \binom{n+1}{k+3}$;
- d) $\binom{n}{k} + 2\binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+2} + \binom{n+2}{k+3}$?

9. Dla dowolnych liczb naturalnych m, n , jeżeli iloczyn mn jest podzielny przez d^2 , to co najmniej jedna z liczb m, n jest podzielna przez d . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $d = 8$;
- b) $d = 9$;
- c) $d = 10$;
- d) $d = 11$?

10. Czy nierówność $x^4 + y^2 \leq 2x^2y$ jest prawdziwa dla

- a) $x = 4^2, y = 2^4$;
- b) $x = 8^2, y = 2^8$;
- c) $x = 16^2, y = 2^{16}$;
- d) $x = 32^2, y = 2^{32}$?

11. Czy w dowolnym 10-wyrazowym postępie arytmetycznym $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ zachodzi równość

a) $a_1 + a_{10} = a_3 + a_7$;

b) $a_2 + a_9 = a_5 + a_6$;

c) $a_3 + a_8 = 2a_5$;

d) $a_3 + a_9 = 2a_6$?

12. Czy istnieje taka liczba naturalna n , że liczba n^5

a) jest podzielna przez 2^4 , ale nie jest podzielna przez 2^6 ;

b) jest podzielna przez 2^6 , ale nie jest podzielna przez 2^9 ;

c) jest podzielna przez 4^7 , ale nie jest podzielna przez 4^8 ;

d) jest podzielna przez 8^7 , ale nie jest podzielna przez 8^8 ?

13. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\sqrt{10} - 3 < 1/6$;

b) $\sqrt{17} - 4 < 1/6$;

c) $\sqrt{26} - 5 < 1/11$;

d) $\sqrt{37} - 6 < 1/11$?

14. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $11111^2 + 22222^2 < 4 \cdot 11111^2$;

b) $11111^3 + 22222^3 < 9 \cdot 11111^3$;

c) $11111^4 + 22222^4 < 25 \cdot 11111^4$;

d) $11111^5 + 22222^5 < 27 \cdot 11111^5$?

15. Czy równość $x^{2n} = 2x^n$ jest prawdziwa dla

a) $x = 1, n = 5$;

b) $x = 2, n = 4$;

c) $x = \sqrt{2}, n = 2$;

d) $x = \sqrt{3}, n = 3$?

16. Czy prawdziwa jest równość

- a) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{3}-2$;
- b) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^4} = (\sqrt{3}-2)^2$;
- c) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^6} = (\sqrt{3}-2)^3$;
- d) $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt{5}-2$?

17. Czy liczba $1+2+3+4+\dots+n$ jest podzielna przez 3, jeżeli

- a) $n = 2005$;
- b) $n = 2006$;
- c) $n = 2007$;
- d) $n = 2008$?

18. Czy istnieje taki siedmiowyrazowy postęp geometryczny $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ o wyrazach **rzeczywistych** dodatnich, że

- a) $a_1 = 11, a_4 = 14, a_7 = 17$;
- b) $a_1 = 4, a_4 = 6, a_7 = 9$;
- c) $a_1 = 1, a_4 = 8, a_7 = 64$;
- d) $a_1 = 11, a_4 = 25, a_7 = 44$?

19. Czy istnieje skończony postęp arytmetyczny o pierwszym wyrazie 1, ostatnim wyrazie 10 oraz jednym z pozostałych wyrazów równym

- a) 4 ;
- b) 5 ;
- c) 3.14 ;
- d) $355/113$?

20. W dowolnym postępie geometrycznym n -wyrazowym o iloczynie wyrazów równym -1 , co najmniej jeden z wyrazów jest równy -1 . Czy powyższe twierdzenie jest prawdziwe dla

- a) $n = 2005$;
- b) $n = 2006$;
- c) $n = 2007$;
- d) $n = 2008$?

Po rozwiązaniu testu zajrzyj do odpowiedzi.

Wtedy będziesz mogła/mógł samodzielnie ocenić swój test.

Wynik testu niech pozostanie Twoją słodką tajemnicą.

<http://www.math.uni.wroc.pl/mdm/>