

301. Uprość wyrażenie $\sqrt[7]{4^5 \cdot 8^6}$ bez wykonywania bezpośrednich obliczeń na dużych liczbach.

302. Uprość wyrażenie $\sqrt[3]{12^4 \cdot 18}$ bez wykonywania bezpośrednich obliczeń na dużych liczbach.

303. Uprość wyrażenie $\sqrt[4]{\frac{12^{12}}{8^8}}$ bez wykonywania bezpośrednich obliczeń na dużych liczbach.

304. Zapisz liczbę $4^4 \cdot 8^8$ w postaci n^k , gdzie n, k są liczbami całkowitymi dodatnimi, a przy tym n jest możliwie najmniejsze.

305. Zapisz liczbę $8^8 \cdot 12^{12}$ w postaci n^k , gdzie n, k są liczbami całkowitymi dodatnimi, a przy tym n jest możliwie najmniejsze.

306. Zapisz liczbę $24^{24} \cdot 36^{36}$ w postaci n^k , gdzie n, k są liczbami całkowitymi dodatnimi, a przy tym n jest możliwie najmniejsze.

307. Zapisz i uprość nierówność między średnimi geometryczną i arytmetyczną liczb 24, 24, 27. Po obu stronach uproszczonej nierówności powinny występować potęgi liczb pierwszych lub iloczyn potęg liczb pierwszych.

Przykład: Nierówność między średnimi dla liczb 8, 8, 8, 12 upraszcza się do $2^{11} < 3^7$.

Jest to zadanie 5 z warsztatów OMJ 20.10.2018.

308. Zapisz i uprość nierówność między średnimi geometryczną i arytmetyczną czterech liczb 27 i pięciu liczb 36.

309. Zapisz i uprość nierówność między średnimi geometryczną i arytmetyczną dwóch liczb 45 i trzech liczb 50.

310. Zapisz i uprość nierówność między średnimi geometryczną i arytmetyczną liczb 75 i pięciu liczb 81.

311. Oblicz resztę z dzielenia liczby 10^8 przez 97. *Wskazówka:* Kongruencje.

312. Oblicz resztę z dzielenia liczby 2^{21} przez 125.

313. Oblicz resztę z dzielenia liczby 5^9 przez 128.

314. Oblicz resztę z dzielenia liczby 3^{100} przez 13.

315. Oblicz resztę z dzielenia liczby 2^{128} przez 31.

316. Oblicz resztę z dzielenia liczby 3^{103} przez 41.

317. Wiedząc, że

$$2^7 \cdot 5 \equiv -1 \pmod{641} \quad \text{oraz} \quad 5^4 \equiv -2^4 \pmod{641}$$

udowodnij (bez wykonywania żmudnych obliczeń), że

$$2^{32} \equiv -1 \pmod{641}.$$