

## Podobieństwo trójkątów

**318.** W trójkącie prostokątnym  $ABC$  kąt przy wierzchołku  $C$  jest prosty, a punkt  $D$  jest spodkiem wysokości opuszczonej z wierzchołka  $C$  na bok  $AB$ . Udowodnij, że długość odcinka  $CD$  jest średnią geometryczną długości odcinków  $AD$  i  $BD$ .

**319.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 5$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 6$ . Na boku  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $AD = 1$ . Na boku  $BC$  wybrano taki punkt  $E$ , że  $BE = 4$ . Wyznacz długość odcinka  $DE$ .

**320.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 5$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 6$ . Na prostej  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $AD = 5$ , a przy tym punkt  $A$  leży pomiędzy punktami  $C$  i  $D$ . Wyznacz długość odcinka  $BD$ .

**321.** Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $AB = 2$  oraz  $AC = BC$ . Na boku  $BC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $BD = 1$ . Okazało się, że  $AD = 2$ . Wyznacz długości boków  $AC$  i  $BC$ .

**322.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 3$ ,  $AC = 7$ ,  $BC = 5$ . Na boku  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $\sphericalangle ADB = 120^\circ$ . Wyznacz długości odcinków  $AD$  i  $BD$ .

**323.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 3$ ,  $AC = 7$ ,  $BC = 5$ . Na boku  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $\sphericalangle BDC = 120^\circ$ . Wyznacz długości odcinków  $CD$  i  $BD$ .

**UWAGA:** Najpierw rozwiąż powyższe zadanie nie korzystając z poprzedniego zadania, a potem skonfrontuj wyniki obu zadań.

**324.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 6$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 6$ . Na prostej  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $BD = 9$ , a przy tym punkt  $A$  leży pomiędzy punktami  $C$  i  $D$ . Wyznacz długość odcinka  $AD$ .

**UWAGA:** Rozwiąż powyższe zadanie dwoma sposobami: korzystając z twierdzenia Pitagorasa oraz korzystając z podobieństwa trójkątów.

**325.** Dany jest trójkąt  $ABC$  o bokach długości  $AB = 3$ ,  $AC = 2$ ,  $BC = 4$ . Na prostej  $AC$  wybrano taki punkt  $D$ , że  $BD = 6$ , a przy tym punkt  $A$  leży pomiędzy punktami  $C$  i  $D$ . Wyznacz długość odcinka  $AD$ .

**326.** Dany jest trójkąt równoramienny o kątach  $36^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $108^\circ$ . Jego najdłuższy bok ma długość 1, a krótsze boki mają długości  $a$ . Wyprowadź równanie, jakie musi spełniać  $a$  i rozwiąż je, jeśli potrafisz.

**WSKAZÓWKA:** Poprowadź trójsieczną kąta o mierze  $108^\circ$ .

**327.** Dany jest trójkąt równoramienny o kątach  $36^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $72^\circ$ . Jego dłuższe boki mają długości równe 1, a najkrótszy bok ma długość  $b$ . Wyprowadź równanie, jakie musi spełniać  $b$  i rozwiąż je, jeśli potrafisz.

**WSKAZÓWKA:** Poprowadź dwusieczną kąta o mierze  $72^\circ$ .

**UWAGA:** Najpierw rozwiąż powyższe zadanie nie korzystając z poprzedniego zadania, a potem skonfrontuj wyniki obu zadań.

**328.** Wyznacz stosunek boków w trójkącie o kątach  $36^\circ$ ,  $54^\circ$ ,  $90^\circ$ .

**329.** Wyznacz stosunek boków w trójkącie o kątach  $18^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $90^\circ$ .

**330.** Dany jest pięciokąt foremny o boku 1. Wyznacz promienie okręgów wpisanego i opisanego.