

Nierówności

342. Udowodnij, że dla każdych dodatnich liczb rzeczywistych a, b, c zachodzi nierówność

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} > 1.$$

343. Wskaż takie dodatnie liczby rzeczywiste a, b, c , że

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 1,001.$$

344. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$\left| \sqrt{x^2+1} - \sqrt{y^2+1} \right| \leq |x-y|.$$

345. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$\left| \sqrt[4]{x^4+1} - \sqrt[4]{y^4+1} \right| \leq |x-y|.$$

346. Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$\left| \sqrt[6]{x^6+1} - \sqrt[6]{y^6+1} \right| \leq |x-y|.$$

347. Udowodnij, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8n} < \sqrt{n^2+n} - n < \frac{1}{2}.$$

348. Udowodnij, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{8n} < \sqrt[3]{n^3+n^2} - n < \frac{1}{3}.$$

349. Udowodnij, że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzą nierówności

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{9n} < \sqrt[4]{n^4+n^3} - n < \frac{1}{4}.$$

350. Która liczba jest większa:

$$\sqrt{77} - \sqrt{76} \quad \text{czy} \quad \sqrt{79} - \sqrt{78} ?$$

351. Która liczba jest większa:

$$\sqrt[4]{77} - \sqrt[4]{76} \quad \text{czy} \quad \sqrt[4]{79} - \sqrt[4]{78} ?$$

352. Która liczba jest większa:

$$\sqrt[3]{77} - \sqrt[3]{76} \quad \text{czy} \quad \sqrt[3]{79} - \sqrt[3]{78} ?$$

353. Która liczba jest większa:

$$\sqrt{110} - 10 \quad \text{czy} \quad \frac{1234}{2467} ?$$

354. Która liczba jest większa:

$$11 - \sqrt{110} \quad \text{czy} \quad \frac{1234}{2469} ?$$

355. Która liczba jest większa:

$$2\sqrt[3]{4} - 3 \quad \text{czy} \quad 1/10 ?$$

356. Która liczba jest większa:

$$\sqrt{5} - \sqrt[3]{11} \quad \text{czy} \quad 1/100 ?$$

357. Udowodnij, że dla każdych dodatnich liczb rzeczywistych a, b, c, d, e zachodzi nierówność

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+d} + \frac{d}{d+e} + \frac{e}{e+a} > 1.$$

358. Wskaż takie dodatnie liczby rzeczywiste a, b, c, d, e , że

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+d} + \frac{d}{d+e} + \frac{e}{e+a} < 1,001.$$

359. Udowodnij, że dla każdych dodatnich liczb rzeczywistych a, b, c, d, e zachodzi nierówność

$$\frac{a}{a+b+c+d} + \frac{b}{b+c+d+e} + \frac{c}{c+d+e+a} + \frac{d}{d+e+a+b} + \frac{e}{e+a+b+c} > 1.$$

360. Wskaż takie dodatnie liczby rzeczywiste a, b, c, d, e , że

$$\frac{a}{a+b+c+d} + \frac{b}{b+c+d+e} + \frac{c}{c+d+e+a} + \frac{d}{d+e+a+b} + \frac{e}{e+a+b+c} < 1,001.$$