Największy wspólny dzielnik

361. Udowodnij, że dla każdych niezerowych liczb całkowitych a, b zachodzi równość
$$\mathrm{NWD}(a,b)=\mathrm{NWD}(a,b-a)\,.$$

362. Liczba naturalna[1] d jest wspólnym dzielnikiem liczb naturalnych a, b. Udowodnij, że wówczas d jest dzielnikiem liczby $\mathrm{NWD}(a,b)$.

363. Liczba naturalna d jest dzielnikiem iloczynu ab liczb naturalnych a, b. Udowodnij, że jeżeli liczby a i d są względnie pierwsze, to d jest dzielnikiem liczby b.

364. Dane są liczby naturalne a, b. Udowodnij istnienie takich liczb naturalnych d, s, t, że liczby s i t są względnie pierwsze, a ponadto $a=ds$ i $b=dt$.

365. Udowodnij, że dla każdych liczb naturalnych a, b zachodzi równość
$$\mathrm{NWW}(a,b)=\frac{ab}{\mathrm{NWD}(a,b)}\,.$$

366. Oblicz $\mathrm{NWD}(10^{100}+2,\,10^{100}+14)$.

367. Oblicz $\mathrm{NWD}(10^{100}+5,\,2\cdot 10^{100}+1)$.

368. Oblicz $\mathrm{NWD}(3\cdot 10^{100}+2,\,5\cdot 10^{100}+1)$.

369. Oblicz $\mathrm{NWD}(n+3,\,2n+3)$ w zależności od liczby naturalnej n.

370. Oblicz $\mathrm{NWD}(5n+8,\,8n+13)$ w zależności od liczby naturalnej n.

371. Oblicz $\mathrm{NWD}(2n+5,\,3n-7)$ w zależności od liczby naturalnej n.

372. Oblicz $\mathrm{NWD}(10n+3,\,3n+10)$ w zależności od liczby naturalnej n.

373. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n ułamek $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ jest nieskracalny[2].

374. Oblicz $\mathrm{NWD}(n-1,\,n^2+n+1)$ w zależności od liczby naturalnej n.

375. Oblicz $\mathrm{NWD}(27,\,n^2+n+1)$ w zależności od liczby naturalnej n.

376. Oblicz $\mathrm{NWD}(n-1,\,n^4+n^3+n^2+n+1)$ w zależności od liczby naturalnej n.

377. Oblicz $\mathrm{NWD}(3125,\,n^4+n^3+n^2+n+1)$ w zależności od liczby naturalnej n.

378. Jakie wartości może przyjmować $\mathrm{NWD}(n^2+1,\,n^3+4)$, jeżeli n jest liczbą naturalną?

379. Jakie wartości może przyjmować $\mathrm{NWD}(n^2+3,\,n^3+2)$, jeżeli n jest liczbą naturalną?

380. Jakie wartości może przyjmować $\mathrm{NWD}(n^3+2,\,n^5+3)$, jeżeli n jest liczbą naturalną?

[1] Przypomnienie: przyjmujemy, że liczby naturalne to liczby całkowite dodatnie.
[2] Jest to zadanie nr 1 z I Międzynarodowej Olimpiady Matematycznej w roku 1959.