

**Zabawy z wielomianami i potęgami**

**381.** Znajdź taki wielomian  $W(x)$  o współczynnikach wymiernych oraz liczbę wymierną  $c$ , że

$$x^2 + x + 1 = W^2(x) + c.$$

**Uwaga:**  $W^2(x) = (W(x))^2$

**382.** Znajdź taki wielomian  $W(x)$  o współczynnikach wymiernych oraz liczbę wymierną  $c$ , że

$$x^2 + x + 1 = W^2(x) + cx.$$

Podaj dwa rozwiązania.

**383.** Znajdź takie wielomiany  $W(x)$  oraz  $V(x)$  o współczynnikach wymiernych, że

$$x^4 + x^2 + 1 = W^2(x) - V^2(x).$$

**384.** Znajdź takie wielomiany  $W(x)$  oraz  $V(x)$  o współczynnikach wymiernych, że

$$x^4 + x^2 + 1 = W^2(x) + 3V^2(x).$$

Podaj trzy rozwiązania.

**385.** Znajdź takie wielomiany  $W(x)$  oraz  $V(x)$  o współczynnikach wymiernych, że

$$x^4 + 4 = W^2(x) - V^2(x).$$

**386.** Znajdź takie wielomiany  $W(x)$  oraz  $V(x)$  o współczynnikach wymiernych, że

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = W^2(x) - 5V^2(x).$$

**387.** Znajdź takie liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$ , że

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + ax + 1) \cdot (x^2 + bx + 1).$$

**388.** Znajdź taki wielomian  $W(x)$  o współczynnikach wymiernych oraz liczbę wymierną  $c$ , że

$$(x-1) \cdot x \cdot (x+1) \cdot (x+2) = W^2(x) - c.$$

**389.** Znajdź taki wielomian  $W(x)$  o współczynnikach wymiernych oraz liczbę wymierną  $c$ , że

$$(x-3) \cdot (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+3) = W^2(x) - c.$$

**390.** Znajdź takie wielomiany o współczynnikach całkowitych  $W(x)$  stopnia 2 oraz  $V(x)$  stopnia 3, że wielomian  $W^3(x) - V^2(x)$  ma stopień 2.

**Wskazówka:** Przyjmij  $W(x) = x^2 + a$  oraz  $V(x) = x^3 + bx$ .

**391.** Znajdź takie wielomiany o współczynnikach całkowitych  $W(x)$  stopnia 3 oraz  $V(x)$  stopnia 4, że wielomian  $W^4(x) - V^3(x)$  ma stopień 6.

**392.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^{99} + b^{99} = c^{100}.$$

**393.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^3 + b^4 = c^5.$$

**394.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^5 + b^6 = c^7.$$

**395.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^4 + b^5 = c^6.$$

**396.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c$ , że

$$a^6 + b^9 = c^{10}.$$

**397.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^3 + b^4 + c^5 = d^4.$$

**398.** Udowodnij istnienie nieskończenie wielu takich trójek liczb całkowitych dodatnich  $a, b, c$ , że

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c) = 1$ .

**Wskazówka:** Przyjmij  $a = x - y$  oraz  $c = x + y$ , a następnie podstaw za  $x$  oraz  $y$  odpowiednie wyrażenia.

**399.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^3 + b^4 + c^5 = d^4,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c, d) = 1$ .

**Wskazówka:** Przyjmij  $b = x - 1$  oraz  $d = x + 1$ , a następnie podstaw za  $x$  odpowiednią liczbę.

**400.** Znajdź takie liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , że

$$a^4 + b^5 + c^7 = d^4,$$

a ponadto  $\text{NWD}(a, b, c, d) = 1$ .