Zadania na mecz matematyczny

1. Ile zer końcowych ma liczba $127! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot 126\cdot 127$?

2. Rozstrzygnij, która liczba jest większa: $4\cdot \sqrt[3]{2}-5$ czy $1/25$?

3. Udowodnij, że liczba $20190\cdot 20191\cdot 20192\cdot 20193+1$ jest złożona.

4. Ile jest takich liczb całkowitych dodatnich $n<10\,000$, że liczba n^n jest ósmą potęgą liczby całkowitej?

5. Udowodnij, że dla każdych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

$$x^3y+xy^3 \leqslant x^4+y^4\,.$$

6. Kwadratowa plansza o boku 60 jest podzielona na kwadraty jednostkowe zwane polami. Na planszy ułożono pewną liczbę prostokątnych klocków o wymiarach 1×11 tak, aby każdy z nich dokładnie przykrywał 11 pól, a przy tym żadne pole nie jest przykryte przez więcej niż jeden klocek. Udowodnij, że co najmniej 25 pól zostało niepokrytych.

7. Rozstrzygnij, czy istnieje trójkąt równoramienny, który można podzielić na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, aby żadne dwa z tych trzech trójkątów (jeden duży trójkąt i dwa trójkąty podziału) nie były podobne.
Uwaga: Dwa trójkąty są podobne, jeśli miary kątów jednego są takie same jak miary kątów drugiego.

8. W trapezie równoramiennym jedna z podstaw ma długość 5, a pozostałe trzy boki mają długość 4. Oblicz długość przekątnych tego trapezu.

9. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma miarę 30°, a ponadto $AC=11$ oraz $BC=7$. Wyznacz wszystkie możliwe wartości, jakie może przyjmować długość boku AB.

10. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC, a punkt P jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABO. Wyznacz wszystkie możliwe wartości miary kąta $\sphericalangle ACB$, jeśli wiadomo, że $\sphericalangle APB = \sphericalangle ACB + 30^\circ$.