W każdym zadaniu za 0, 1, 2, 3, 4 poprawne odpowiedzi otrzymasz odpowiednio 0, 1, 3, 6, 10 punktów.

1. Podaj największy wspólny dzielnik liczb, gdzie $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$.

a) $\mathrm{NWD}\big(12!,\, 13^2\big) =$ ....   **b)** $\mathrm{NWD}\big(13!,\, 14^2\big) =$ ....

c) $\mathrm{NWD}\big(14!,\, 7^7\big) =$ ....   **d)** $\mathrm{NWD}\big(15!,\, 5^5\big) =$ ....

2. Dla podanej liczby n podaj możliwie najmniejszą liczbę całkowitą dodatnią k, dla której liczba kn jest sześcianem liczby całkowitej.

a) $n = 2^{10}\cdot 3^{11}$, $k =$ ....   **b)** $n = 2^{11}\cdot 3^{12}$, $k =$ ....

c) $n = 2^{13}\cdot 3^{16}$, $k =$ ....   **d)** $n = 2^{10}\cdot 6^{13}$, $k =$ ....

3. Wiadomo, że iloczyn mn (liczb całkowitych dodatnich) jest podzielny przez podaną liczbę k. Podaj największą liczbę całkowitą d, dla której możemy stąd wywnioskować, że co najmniej jedna z liczb m, n jest podzielna przez d.

a) $k = 2^9\cdot 31$, $d =$ ....   **b)** $k = 2^7\cdot 17$, $d =$ ....

c) $k = 5^5\cdot 11^3$, $d =$ ....   **d)** $k = 2^{13}\cdot 5^5$, $d =$ ....

4. Podaj liczby rzeczywiste dodatnie x, y spełniające podany układ równań.

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$ jest spełnione dla $x =$ .... oraz $y =$ ....

b) $\begin{cases} x = 3y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$ jest spełnione dla $x =$ .... oraz $y =$ ....

c) $\begin{cases} x = 7y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$ jest spełnione dla $x =$ .... oraz $y =$ ....

d) $\begin{cases} 3x = 4y \\ x^2 + y^2 = 50 \end{cases}$ jest spełnione dla $x =$ .... oraz $y =$ ....

Zadanie 5 na odwrocie !!!

5. W pola szachownicy o wymiarach 102×102 wpisano liczby 1, 2, 3, 4 w taki sposób, że w lewym górnym rogu znajduje się liczba 1, a w rzędach poziomych i pionowych występują cyklicznie liczby 1, 2, 3, 4 (na rysunku 1 przedstawione są okolice lewego górnego rogu). W ilu polach znajduje się każda z wpisanych czterech liczb?

a) Liczba 1 występuje .... razy.

b) Liczba 2 występuje .... razy.

c) Liczba 3 występuje .... razy.

d) Liczba 4 występuje .... razy.

1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		
3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1		
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2		
2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3		

rys. 1