Wybrane zadania testowe

37. Istnieje liczba pierwsza $p>13$ o tej własności, że każda cyfra liczby p jest równa
a) 0 lub 7;
b) 1 lub 3;
c) 2 lub 5.

40. Liczby całkowite x i y są dodatnie, a ich suma jest liczbą podzielną przez 3. Wynika z tego, że
a) każda z liczb x i y jest podzielna przez 3;
b) liczba x^2+y^2 jest podzielna przez 3;
c) liczba x^2-y^2 jest podzielna przez 3.

51. Liczba $9^{16}-16^9$ jest podzielna przez
a) 4;
b) 5;
c) $3^{16}-4^9$.

Wzory skróconego mnożenia

1. Uporządkuj rosnąco następujące liczby:

$$2018^2\,, \qquad 2015\cdot 2021\,, \qquad 2017\cdot 2019\,, \qquad 2016\cdot 2020\,.$$

2. Wyznacz wszystkie liczby całkowite $n>1$, dla których liczba n^2-1 jest pierwsza.

3. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej $n>2$, liczba n^4-1 może być zapisana w postaci iloczynu trzech liczb całkowitych większych od 1.

4. Czy liczba 9991 jest pierwsza czy złożona?

Po wykonaniu odpowiednich przekształceń wpisz w miejsce kropek odpowiednie wyrażenia:

5. $(3k\pm 1)^2=3\cdot(\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ )+1$ **6.** $(4k\pm 1)^2=8\cdot(\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ )+1$

Reszty z dzielenia potęg

7. Wyznacz wszystkie reszty jakie może dawać kwadrat liczby całkowitej przy dzieleniu przez 3.

8. Wyznacz wszystkie reszty jakie może dawać kwadrat liczby całkowitej przy dzieleniu przez 8.

9. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p, dla których liczba $p+1$ też jest pierwsza.

10. Wyznacz wszystkie liczby pierwsze p, dla których liczba p^2+2 też jest pierwsza.

11. Czy kwadrat liczby całkowitej może mieć sumę cyfr równą 2018?

Rozstrzygnij, czy istnieją takie liczby całkowite dodatnie m, n (i ewentualnie k), że

12. $2m^2+1=n^2$ **13.** $m^2+1=3n^2$ **14.** $m^2+n^2=1\,000\,003$
15. $m^2+n^2=1\,000\,006$ **16.** $m^2+n^2+k^2=1\,000\,007$

Kółko matematyczne dla uniwersyteckich klas siódmych:
`www.math.uni.wroc.pl/~jwr/SP2018`

MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
Fundacja
Olimpiada Matematyczna Juniorów jest współfinansowana ze środków krajowych Ministerstwa Edukacji Narodowej
Olimpiadę dofinansowuje Fundacja mBanku