

EGZAMIN, ANALIZA A1, część I, 12.02.2010, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

PODCZAS EGZAMINU NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 1.

W każdym z 4 poniższych zadań udziel 4 **niezależnych** odpowiedzi **TAK/NIE**.

Za każde zadanie, w którym podasz cztery poprawne odpowiedzi, otrzymasz 1 punkt.

Za pozostałe zadania nie otrzymasz punktów.

Za udzielenie 15 poprawnych odpowiedzi otrzymasz **4 punkty**.

Za udzielenie poprawnych odpowiedzi we wszystkich 16 podpunktach otrzymasz **5 pkt.**

1.1 Czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} a^x & \text{dla } x < 0 \\ bx^2 + cx + d & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

jest ciągła, jeżeli

a) $a=4, b=3, c=2, d=1$

b) $a=5, b=4, c=3, d=2$

c) $a=9, b=5, c=3, d=1$

d) $a=7, b=2, c=2, d=3$

1.2 Czy funkcja

$$f(x) = \begin{cases} a^x & \text{dla } x < 1 \\ bx^2 + cx + d & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$$

jest ciągła, jeżeli

a) $a=4, b=3, c=2, d=1$

b) $a=5, b=4, c=3, d=2$

c) $a=9, b=5, c=3, d=1$

d) $a=7, b=2, c=2, d=3$

1.3 Czy podany szereg jest zbieżny

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt{n}}$

1.4 Czy podany szereg jest zbieżny

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (-1)^n}{n+1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (-1)^n}{2n+1}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \sqrt{n}}$

EGZAMIN, ANALIZA A1, część I, 12.02.2010, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

PODCZAS EGZAMINU NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **2.**

Przy każdym z poniższych zdań w miejscu kropek postaw jedną z liter **P**, **F**, **N**:

P - jest **P**rawdą (tzn. musi być prawdziwe)

F - jest **F**ałszem (tzn. musi być fałszywe)

N - może być prawdziwe lub fałszywe (tzn. **N**ie wiadomo, czasem bywa prawdziwe, a czasem fałszywe)

Podaj tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia. Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 5)$ punktów.

O zdaniu $T(n)$ wiadomo, że $T(1)$ jest prawdziwe, $T(100)$ jest fałszywe, a ponadto dla każdej liczby naturalnej n zachodzi implikacja $T(n) \Rightarrow T(n + 10)$. Wówczas:

a) $T(70)$

b) $T(81)$

c) $T(92)$

d) $T(101)$

e) $T(140)$

f) $T(75) \Rightarrow T(105)$

g) $T(161) \Rightarrow T(160)$

h) $T(51) \Rightarrow T(60)$

i) $T(10) \Rightarrow T(11)$

j) $T(10) \Rightarrow T(12)$

EGZAMIN, ANALIZA A1, część I, 12.02.2010, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

PODCZAS EGZAMINU NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie 3.

W każdym z zadań **3.1-3.5** podaj kresy zbioru oraz napisz, czy kresy należą do zbioru (napisz **TAK** lub **NIE**).

Kres może być liczbą rzeczywistą lub może być równy $-\infty$ albo $+\infty$.

Napis ∞ będzie zinterpretowany jako $+\infty$.

Za każde zadanie, w którym podasz bezbłędnie oba kresy i poprawnie określisz ich przynależność do zbioru, otrzymasz 1 punkt.

Za zadania, w których podasz niepełną lub nie w pełni poprawną odpowiedź, nie otrzymasz punktów.

3.1. $A = \left\{ \frac{1}{n^2 - 22} : n \in \mathbb{N} \right\}$ $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ Ocena

$\inf A = \dots\dots\dots$ $\sup A = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru A Czy kres górny należy do zbioru A

3.2. $B = \left\{ \frac{2n+1}{3n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf B = \dots\dots\dots$ $\sup B = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru B Czy kres górny należy do zbioru B

3.3. $C = \left\{ \frac{2n+1}{3n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$ Ocena

$\inf C = \dots\dots\dots$ $\sup C = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru C Czy kres górny należy do zbioru C

3.4. $D = \{x - 2y : x, y \in \mathbb{R} \wedge 16 < x \leq 28 \wedge 3 < y \leq 4\}$ Ocena

$\inf D = \dots\dots\dots$ $\sup D = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru D Czy kres górny należy do zbioru D

3.5. $E = \{|x - y| : x, y \in \mathbb{R} \wedge 16 < x \leq 28 \wedge 3 < y \leq 4\}$ Ocena

$\inf E = \dots\dots\dots$ $\sup E = \dots\dots\dots$

Czy kres dolny należy do zbioru E Czy kres górny należy do zbioru E

EGZAMIN, ANALIZA A1, część I, 12.02.2010, 9.00-10.20

8 zadań po 5 punktów, progi: 20=3.0, 24=3.5, 28=4.0, 32=4.5, 36=5.0

PODCZAS EGZAMINU NIE WOLNO UŻYWAĆ KALKULATORÓW

Zadanie **4.**

Podaj wartości granic (tylko odpowiedzi, bez uzasadnienia). Za podanie n poprawnych odpowiedzi otrzymasz $\max(0, n - 5)$ punktów.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right) = \dots\dots\dots$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+2010} \right) = \dots\dots\dots$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2010n+1} \right) = \dots\dots\dots$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{2010} = \dots\dots\dots$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+2010} \right)^{2010} = \dots\dots\dots$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{2010n+1} \right)^{2010} = \dots\dots\dots$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n = \dots\dots\dots$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{2010n} = \dots\dots\dots$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n/2010} = \dots\dots\dots$

j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^{2010}} = \dots\dots\dots$