

Zadanie domowe do 17 maja 2010 - zajrzyj na stronę wykładu

Konwersatorium 5.05.2010 (zad. 827-861)

Ćwiczenia 6.05.2010 (zad. 794-826)

Kolokwium nr 10, 12.05.2010 (do zad. 861)

**7. Całki niewłaściwe - obliczanie,
kryterium porównawcze.**

Zbadać zbieżność całek niewłaściwych, obliczyć te, które są zbieżne

$$794. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+1} \quad 795. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}} \quad 796. \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}} \quad 797. \int_{-1}^1 \frac{x-1}{x^2-1} dx$$

$$798. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x} \quad 799. \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}}} \quad 800. \int_0^{\infty} \cos x dx \quad 801. \int_1^{\infty} x^{1/x} dx$$

$$802. \int_{-\infty}^{\infty} e^x dx \quad 803. \int_0^1 e^{1/x} dx \quad 804. \int_1^{\infty} \frac{e^{-1/x}}{x^3} dx$$

$$805. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x} \quad 806. \int_0^{\infty} x^3 \sin x^4 dx$$

Zbadać zbieżność całek niewłaściwych

$$807. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sin^2 x} \quad 808. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \arctg x} \quad 809. \int_2^{\infty} \frac{dx}{x - \sin \sqrt{x+28}}$$

$$810. \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} + x^2} \quad 811. \int_0^{\infty} \frac{1 + \sqrt{x + |\ln x|}}{x} dx \quad 812. \int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$$

$$813. \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+x}} \quad 814. \int_0^{\infty} \frac{\arctg x}{x^2 + \arctg x} dx \quad 815. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2+\sin^2 x}$$

$$816. \int_1^{\infty} e^{-1/x} dx \quad 817. \int_0^{\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} dx \quad 818. \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

OSZUSTWO 819. (funkcja ciągła nieujemna mająca całkę mniejszą od zera):

Niech

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2(e^{1/x} + e^{-1/x})} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

Bez trudu można sprawdzić, że f jest ciągła w zerze, a zatem obliczenie całki $\int_{-1}^1 f(x) dx$

nie powinno nastęrczać trudności. Ponieważ

$$f(x) = \frac{1}{x^2(e^{1/x} + e^{-1/x})}$$

poza pojedynczym punktem $x = 0$, po wykonaniu podstawienia $t = e^{1/x}$ otrzymujemy

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 f(x) dx &= \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2(e^{1/x} + e^{-1/x})} = - \int_{1/e}^e \frac{dt}{t^2 + 1} = \\ &= -\operatorname{arctg} t \Big|_{1/e}^e = -\operatorname{arctg} e + \operatorname{arctg} \frac{1}{e} = \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg} e < 0 \end{aligned}$$

Wyjaśnić, na czym polega oszustwo i obliczyć prawdziwą wartość całki $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Zbadać zbieżność całek niewłaściwych, obliczyć wartość tych, które są zbieżne

$$820. \int_{-2}^1 \frac{e^{1/x}}{x^2(e^{2/x} + e^{-2/x} + 2)} dx \quad 821. \int_{-1}^1 \ln|x| dx$$

Użyć kryterium całkowego do rozstrzygnięcia zbieżności następujących szeregów

$$\begin{aligned} 822. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{\sqrt[n]{n}}} \quad 823. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^a n} \text{ w zależności od } a > 0 \\ 824. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 1} \quad 825. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \quad 826. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} \end{aligned}$$

827. Dać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość $f(n) = \frac{1}{n}$, ale całka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ jest zbieżna.

828. Dać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość $f(n) = \frac{1}{n^2}$, ale całka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ jest rozbieżna.

829. Dać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość $f(n) = n$, ale całka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ jest zbieżna.

830. Dać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość $f(n) = 0$, ale całka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ jest rozbieżna.

831. Dać przykład takiej funkcji ciągłej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, że dla $n \in \mathbb{N}$ zachodzi równość $f(n) = e^n$, ale całka $\int_1^{\infty} f(x) dx$ jest zbieżna.

Co możemy powiedzieć o zbieżności (*zbieżne, rozbieżne, nie wiadomo*) szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ lub całek $\int_0^1 f(x)dx$ i $\int_1^{\infty} g(x)dx$, gdzie $f \in C(0,1]$ i $g \in C[1,\infty)$, jeśli wiadomo, że

$$832. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \quad 833. \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0 \quad 834. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$835. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1 \quad 836. \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1 \quad 837. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

$$838. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty \quad 839. \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = +\infty \quad 840. \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

841. Ciąg (a_n) nie jest zbieżny do 0.

842. $g(x)$ nie dąży do 0 przy $x \rightarrow \infty$.

843. $f(x)$ nie dąży do 0 przy $x \rightarrow 0$.

844. Ciąg (a_n) jest ograniczony. 845. ... nie jest ograniczony.

846. Funkcja g jest ograniczona. 847. ... nie jest ograniczona.

848. Funkcja f jest ograniczona. 849. ... nie jest ograniczona.

850. Szereg $\sum_{n=2009}^{\infty} a_n$ jest zbieżny. 851. ... jest rozbieżny.

852. Całka $\int_{2009}^{\infty} g(x)dx$ jest zbieżna. 853. ... jest rozbieżna.

854. Całka $\int_0^{1/2009} f(x)dx$ jest zbieżna. 855. ... jest rozbieżna.

856. $a_n = n^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .

857. $g(x) = x^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .

858. $f(x) = x^p$ - dać odpowiedź w zależności od p .

859. $a_n = p^n$ - dać odpowiedź w zależności od p .

860. $g(x) = p^x$ - dać odpowiedź w zależności od $p > 0$.

861. $f(x) = p^x$ - dać odpowiedź w zależności od $p > 0$.

Zadanie domowe do 17 maja 2010 - zajrzyj na stronę wykładu