

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Telefony komórkowe należy wyłączyć.

Czas pisania: 115 minut (10.15-12.10).

Zadania 1-12.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 13-17.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Zadanie 18. (3 punkty)

Zadanie ma 5 rozwiązań - za poprawne podanie n rozwiązań otrzymasz $\max(0, n - 2)$ punktów.

Maksymalnie można zdobyć 25 punktów.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

11. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

12. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **A** 16 czerwca 2011 r.

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

1. Czy istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 66, podzielna przez

- a) 5;
- b) 8;
- c) 9;
- d) 12?

2. Czy istnieje liczba naturalna o dwucyfrowej końcówce 66, podzielna przez

- a) 18;
- b) 9;
- c) 5;
- d) 4?

3. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których największy wspólny dzielnik $\text{NWD}(m, n)$ jest mniejszy od liczby n o

- a) 40%;
- b) 25%;
- c) 80%;
- d) 75%?

4. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których najmniejsza wspólna wielokrotność $\text{NWW}(m, n)$ jest większa od liczby n o

- a) 800%;
- b) 250%;
- c) 400%;
- d) 750%?

5. Czy podana liczba jest sześcianem liczby całkowitej

- a) $24^{10} \cdot 9^{11}$;
- b) $24^{12} \cdot 9^{21}$;
- c) $24^{11} \cdot 9^{12}$;
- d) $24^{13} \cdot 9^{22}$?

6. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^6 = y^6$, zachodzi równość

- a) $x^{14} = y^{14}$;
- b) $x^5 = y^5$;
- c) $x^3 = y^3$;
- d) $x^4 = y^4$?

7. Niech $a = \log_x y$ oraz $b = \log_y x$. Czy nierówność

$$\log_a b < \log_b a$$

jest prawdziwa, jeżeli

- a) $x = 2^{16}, y = 2^{32}$;
- b) $x = 3^{27}, y = 3^{81}$;
- c) $x = 7^{343}, y = 7^{49}$;
- d) $x = 5^{625}, y = 5^{125}$?

8. Czy wśród wierzchołków n -kąta foremnego istnieje k wierzchołków będących wierzchołkami k -kąta foremnego, jeżeli

- a) $n = 2016, k = 6$;
- b) $n = 2015, k = 5$;
- c) $n = 2014, k = 4$;
- d) $n = 2013, k = 3$?

9. Czy wysokości trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 77° i 99° ;
- b) 33° i 55° ;
- c) 11° i 33° ;
- d) 55° i 77° ?

10. Czy symetralne boków trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 77° i 99° ;
- b) 55° i 77° ;
- c) 11° i 33° ;
- d) 33° i 55° ?

11. Czy równość $\cos(2\alpha) = \sin(7\alpha)$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 18^\circ$;
- b) $\alpha = 6^\circ$;
- c) $\alpha = 10^\circ$;
- d) $\alpha = 15^\circ$?

12. Czy miara kąta wewnętrznego n -kąta foremenego wyrażona w stopniach jest liczbą całkowitą, jeżeli

- a) $n = 45$;
- b) $n = 54$;
- c) $n = 60$;
- d) $n = 40$?

13. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-1/2 < \log_{16} x < 3/2$
- b)
 $-1 < \log_{16} x < 1/4$
- c)
 $-1/4 < \log_{16} x < 1/8$
- d)
 $-3/2 < \log_{16} x < 1/2$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-4 < \log_x 4 < 4$
- b)
 $-1 < \log_x 4 < 1$
- c)
 $-2 < \log_x 4 < 2$
- d)
 $-1/2 < \log_x 4 < 1/2$

15. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie wyrazów równej S zachodzi równość $a_k = w$. Dla podanych n oraz S wskazać takie k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)
 $n = 3, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- b)
 $n = 21, S = 63, k = \dots, w = \dots$
- c)
 $n = 7, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- d)
 $n = 9, S = 63, k = \dots, w = \dots$

16. Dany jest 15-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{15}$. Dla podanych x, y, z, s wskazać takie t , że pięciokąt wypukły o wierzchołkach A_x, A_y, A_z, A_s, A_t (niekoniecznie leżących na obwodzie pięciokąta w tej kolejności) ma pole równe polu pięciokąta $A_1A_3A_6A_{10}A_{15}$.

a)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=13, \quad t= \dots\dots\dots$$

b)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=8, \quad s=11, \quad t= \dots\dots\dots$$

c)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=5, \quad s=7, \quad t= \dots\dots\dots$$

d)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=12, \quad t= \dots\dots\dots$$

17. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

a)

$$[x] = 3\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

b)

$$[x] = 5\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

c)

$$[x] = 6\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

d)

$$[x] = 4\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

18. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $15, b, c$ jest prostokątny.

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Telefony komórkowe należy wyłączyć.

Czas pisania: 115 minut (10.15-12.10).

Zadania 1-12.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 13-17.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Zadanie 18. (3 punkty)

Zadanie ma 5 rozwiązań - za poprawne podanie n rozwiązań otrzymasz $\max(0, n - 2)$ punktów.

Maksymalnie można zdobyć 25 punktów.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
11. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
12. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **B** 16 czerwca 2011 r.

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

1. Czy istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 66, podzielna przez

- a) 9;
- b) 8;
- c) 5;
- d) 12?

2. Czy istnieje liczba naturalna o dwucyfrowej końcówce 66, podzielna przez

- a) 4;
- b) 5;
- c) 18;
- d) 9?

3. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których największy wspólny dzielnik $\text{NWD}(m, n)$ jest mniejszy od liczby n o

- a) 80%;
- b) 40%;
- c) 25%;
- d) 75%?

4. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których najmniejsza wspólna wielokrotność $\text{NWW}(m, n)$ jest większa od liczby n o

- a) 800%;
- b) 750%;
- c) 400%;
- d) 250%?

5. Czy podana liczba jest sześcianem liczby całkowitej

- a) $24^{13} \cdot 9^{22}$;
- b) $24^{12} \cdot 9^{21}$;
- c) $24^{11} \cdot 9^{12}$;
- d) $24^{10} \cdot 9^{11}$?

6. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^6 = y^6$, zachodzi równość

- a) $x^5 = y^5$;
- b) $x^4 = y^4$;
- c) $x^{14} = y^{14}$;
- d) $x^3 = y^3$?

7. Niech $a = \log_x y$ oraz $b = \log_y x$. Czy nierówność

$$\log_a b < \log_b a$$

jest prawdziwa, jeżeli

- a) $x = 2^{16}, y = 2^{32}$;
- b) $x = 3^{27}, y = 3^{81}$;
- c) $x = 5^{625}, y = 5^{125}$;
- d) $x = 7^{343}, y = 7^{49}$?

8. Czy wśród wierzchołków n -kąta foremnego istnieje k wierzchołków będących wierzchołkami k -kąta foremnego, jeżeli

- a) $n = 2013, k = 3$;
- b) $n = 2015, k = 5$;
- c) $n = 2014, k = 4$;
- d) $n = 2016, k = 6$?

9. Czy wysokości trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 33° i 55° ;
- b) 55° i 77° ;
- c) 11° i 33° ;
- d) 77° i 99° ?

10. Czy symetralne boków trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 33° i 55° ;
- b) 77° i 99° ;
- c) 55° i 77° ;
- d) 11° i 33° ?

11. Czy równość $\cos(2\alpha) = \sin(7\alpha)$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 15^\circ$;
- b) $\alpha = 18^\circ$;
- c) $\alpha = 10^\circ$;
- d) $\alpha = 6^\circ$?

12. Czy miara kąta wewnętrznego n -kąta foremenego wyrażona w stopniach jest liczbą całkowitą, jeżeli

- a) $n = 45$;
- b) $n = 54$;
- c) $n = 40$;
- d) $n = 60$?

13. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-1 < \log_{16} x < 1/4$
- b)
 $-1/2 < \log_{16} x < 3/2$
- c)
 $-3/2 < \log_{16} x < 1/2$
- d)
 $-1/4 < \log_{16} x < 1/8$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-1 < \log_x 4 < 1$
- b)
 $-4 < \log_x 4 < 4$
- c)
 $-2 < \log_x 4 < 2$
- d)
 $-1/2 < \log_x 4 < 1/2$

15. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie wyrazów równej S zachodzi równość $a_k = w$. Dla podanych n oraz S wskazać takie k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)
 $n = 7, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- b)
 $n = 9, S = 63, k = \dots, w = \dots$
- c)
 $n = 3, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- d)
 $n = 21, S = 63, k = \dots, w = \dots$

16. Dany jest 15-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{15}$. Dla podanych x, y, z, s wskazać takie t , że pięciokąt wypukły o wierzchołkach A_x, A_y, A_z, A_s, A_t (niekoniecznie leżących na obwodzie pięciokąta w tej kolejności) ma pole równe polu pięciokąta $A_1A_3A_6A_{10}A_{15}$.

a)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=12, \quad t= \dots\dots\dots$$

b)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=13, \quad t= \dots\dots\dots$$

c)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=5, \quad s=7, \quad t= \dots\dots\dots$$

d)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=8, \quad s=11, \quad t= \dots\dots\dots$$

17. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

a)

$$[x] = 6\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

b)

$$[x] = 5\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

c)

$$[x] = 4\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

d)

$$[x] = 3\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

18. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $15, b, c$ jest prostokątny.

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Telefony komórkowe należy wyłączyć.

Czas pisania: 115 minut (10.15-12.10).

Zadania 1-12.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 13-17.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Zadanie 18. (3 punkty)

Zadanie ma 5 rozwiązań - za poprawne podanie n rozwiązań otrzymasz $\max(0, n - 2)$ punktów.

Maksymalnie można zdobyć 25 punktów.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
11. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
12. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **C** 16 czerwca 2011 r.

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

1. Czy istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 66, podzielna przez

- a) 9;
- b) 5;
- c) 12;
- d) 8?

2. Czy istnieje liczba naturalna o dwucyfrowej końcówce 66, podzielna przez

- a) 18;
- b) 5;
- c) 4;
- d) 9?

3. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których największy wspólny dzielnik $\text{NWD}(m, n)$ jest mniejszy od liczby n o

- a) 25%;
- b) 40%;
- c) 80%;
- d) 75%?

4. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których najmniejsza wspólna wielokrotność $\text{NWW}(m, n)$ jest większa od liczby n o

- a) 800%;
- b) 400%;
- c) 750%;
- d) 250%?

5. Czy podana liczba jest sześcianem liczby całkowitej

- a) $24^{11} \cdot 9^{12}$;
- b) $24^{10} \cdot 9^{11}$;
- c) $24^{13} \cdot 9^{22}$;
- d) $24^{12} \cdot 9^{21}$?

6. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^6 = y^6$, zachodzi równość

- a) $x^5 = y^5$;
- b) $x^4 = y^4$;
- c) $x^{14} = y^{14}$;
- d) $x^3 = y^3$?

7. Niech $a = \log_x y$ oraz $b = \log_y x$. Czy nierówność

$$\log_a b < \log_b a$$

jest prawdziwa, jeżeli

- a) $x = 3^{27}, y = 3^{81}$;
- b) $x = 5^{625}, y = 5^{125}$;
- c) $x = 2^{16}, y = 2^{32}$;
- d) $x = 7^{343}, y = 7^{49}$?

8. Czy wśród wierzchołków n -kąta foremnego istnieje k wierzchołków będących wierzchołkami k -kąta foremnego, jeżeli

- a) $n = 2016, k = 6$;
- b) $n = 2015, k = 5$;
- c) $n = 2014, k = 4$;
- d) $n = 2013, k = 3$?

9. Czy wysokości trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 33° i 55° ;
- b) 77° i 99° ;
- c) 11° i 33° ;
- d) 55° i 77° ?

10. Czy symetralne boków trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 11° i 33° ;
- b) 77° i 99° ;
- c) 55° i 77° ;
- d) 33° i 55° ?

11. Czy równość $\cos(2\alpha) = \sin(7\alpha)$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 18^\circ$;
- b) $\alpha = 10^\circ$;
- c) $\alpha = 6^\circ$;
- d) $\alpha = 15^\circ$?

12. Czy miara kąta wewnętrznego n -kąta foremenego wyrażona w stopniach jest liczbą całkowitą, jeżeli

- a) $n = 54$;
- b) $n = 60$;
- c) $n = 40$;
- d) $n = 45$?

13. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-1/4 < \log_{16} x < 1/8$
- b)
 $-3/2 < \log_{16} x < 1/2$
- c)
 $-1/2 < \log_{16} x < 3/2$
- d)
 $-1 < \log_{16} x < 1/4$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-4 < \log_x 4 < 4$
- b)
 $-1/2 < \log_x 4 < 1/2$
- c)
 $-2 < \log_x 4 < 2$
- d)
 $-1 < \log_x 4 < 1$

15. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie wyrazów równej S zachodzi równość $a_k = w$. Dla podanych n oraz S wskazać takie k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)
 $n = 7, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- b)
 $n = 21, S = 63, k = \dots, w = \dots$
- c)
 $n = 3, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- d)
 $n = 9, S = 63, k = \dots, w = \dots$

16. Dany jest 15-kąt foremny $A_1A_2A_3\dots A_{15}$. Dla podanych x, y, z, s wskazać takie t , że pięciokąt wypukły o wierzchołkach A_x, A_y, A_z, A_s, A_t (niekoniecznie leżących na obwodzie pięciokąta w tej kolejności) ma pole równe polu pięciokąta $A_1A_3A_6A_{10}A_{15}$.

a)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=12, \quad t= \dots\dots\dots$$

b)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=8, \quad s=11, \quad t= \dots\dots\dots$$

c)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=13, \quad t= \dots\dots\dots$$

d)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=5, \quad s=7, \quad t= \dots\dots\dots$$

17. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

a)

$$[x] = 4\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

b)

$$[x] = 6\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

c)

$$[x] = 3\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

d)

$$[x] = 5\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

18. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $15, b, c$ jest prostokątny.

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.

Telefony komórkowe należy wyłączyć.

Czas pisania: 115 minut (10.15-12.10).

Zadania 1-12.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 13-17.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Zadanie 18. (3 punkty)

Zadanie ma 5 rozwiązań - za poprawne podanie n rozwiązań otrzymasz $\max(0, n - 2)$ punktów.

Maksymalnie można zdobyć 25 punktów.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
11. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---
12. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **D** 16 czerwca 2011 r.

Matematyka Elementarna, Kolokwium nr 4
16 czerwca 2011 r.

1. Czy istnieje liczba naturalna o sumie cyfr równej 66, podzielna przez

- a) 5;
- b) 12;
- c) 8;
- d) 9?

2. Czy istnieje liczba naturalna o dwucyfrowej końcówce 66, podzielna przez

- a) 18;
- b) 4;
- c) 9;
- d) 5?

3. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których największy wspólny dzielnik $\text{NWD}(m, n)$ jest mniejszy od liczby n o

- a) 80%;
- b) 40%;
- c) 75%;
- d) 25%?

4. Czy istnieją liczby całkowite dodatnie m, n , których najmniejsza wspólna wielokrotność $\text{NWW}(m, n)$ jest większa od liczby n o

- a) 800%;
- b) 750%;
- c) 250%;
- d) 400%?

5. Czy podana liczba jest sześcianem liczby całkowitej

- a) $24^{11} \cdot 9^{12}$;
- b) $24^{10} \cdot 9^{11}$;
- c) $24^{12} \cdot 9^{21}$;
- d) $24^{13} \cdot 9^{22}$?

6. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y spełniających warunek $x^6 = y^6$, zachodzi równość

- a) $x^5 = y^5$;
- b) $x^4 = y^4$;
- c) $x^{14} = y^{14}$;
- d) $x^3 = y^3$?

7. Niech $a = \log_x y$ oraz $b = \log_y x$. Czy nierówność

$$\log_a b < \log_b a$$

jest prawdziwa, jeżeli

- a) $x = 7^{343}, y = 7^{49}$;
- b) $x = 3^{27}, y = 3^{81}$;
- c) $x = 5^{625}, y = 5^{125}$;
- d) $x = 2^{16}, y = 2^{32}$?

8. Czy wśród wierzchołków n -kąta foremnego istnieje k wierzchołków będących wierzchołkami k -kąta foremnego, jeżeli

- a) $n = 2016, k = 6$;
- b) $n = 2015, k = 5$;
- c) $n = 2014, k = 4$;
- d) $n = 2013, k = 3$?

9. Czy wysokości trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 77° i 99° ;
- b) 11° i 33° ;
- c) 33° i 55° ;
- d) 55° i 77° ?

10. Czy symetralne boków trójkąta przecinają się wewnątrz trójkąta, którego pewne dwa kąty mają miary

- a) 33° i 55° ;
- b) 11° i 33° ;
- c) 77° i 99° ;
- d) 55° i 77° ?

11. Czy równość $\cos(2\alpha) = \sin(7\alpha)$ jest prawdziwa dla

- a) $\alpha = 18^\circ$;
- b) $\alpha = 15^\circ$;
- c) $\alpha = 6^\circ$;
- d) $\alpha = 10^\circ$?

12. Czy miara kąta wewnętrznego n -kąta foremenego wyrażona w stopniach jest liczbą całkowitą, jeżeli

- a) $n = 60$;
- b) $n = 54$;
- c) $n = 45$;
- d) $n = 40$?

13. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-3/2 < \log_{16} x < 1/2$
- b)
 $-1/2 < \log_{16} x < 3/2$
- c)
 $-1 < \log_{16} x < 1/4$
- d)
 $-1/4 < \log_{16} x < 1/8$

14. Podać zbiór rozwiązań nierówności

- a)
 $-2 < \log_x 4 < 2$
- b)
 $-1/2 < \log_x 4 < 1/2$
- c)
 $-1 < \log_x 4 < 1$
- d)
 $-4 < \log_x 4 < 4$

15. W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ o sumie wyrazów równej S zachodzi równość $a_k = w$.
Dla podanych n oraz S wskazać takie k oraz w , aby powyższe zdanie było prawdziwe.

- a)
 $n = 9, S = 63, k = \dots, w = \dots$
- b)
 $n = 21, S = 63, k = \dots, w = \dots$
- c)
 $n = 3, S = 21, k = \dots, w = \dots$
- d)
 $n = 7, S = 21, k = \dots, w = \dots$

16. Dany jest 15-kąt foremny $A_1A_2A_3\ldots A_{15}$. Dla podanych x, y, z, s wskazać takie t , że pięciokąt wypukły o wierzchołkach A_x, A_y, A_z, A_s, A_t (niekoniecznie leżących na obwodzie pięciokąta w tej kolejności) ma pole równe polu pięciokąta $A_1A_3A_6A_{10}A_{15}$.

a)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=5, \quad s=7, \quad t= \dots\dots\dots$$

b)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=13, \quad t= \dots\dots\dots$$

c)

$$x=1, \quad y=6, \quad z=11, \quad s=12, \quad t= \dots\dots\dots$$

d)

$$x=1, \quad y=4, \quad z=8, \quad s=11, \quad t= \dots\dots\dots$$

17. Podać przykład liczby niecałkowitej x spełniającej podane równanie, gdzie $[y]$ oraz $\{y\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i ułamkową liczby y . Wynik podać w postaci ułamka dziesiętnego skończonego lub okresowego (taka postać odpowiedzi jest częścią zadania, więc wyniki poprawne, ale w innej postaci, nie będą uznawane).

a)

$$[x] = 5\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

b)

$$[x] = 3\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

c)

$$[x] = 6\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

d)

$$[x] = 4\{x\}, \quad x = \dots\dots\dots$$

18. Podać wszystkie takie pary liczb naturalnych $b < c$, że trójkąt o bokach $15, b, c$ jest prostokątny.

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots \qquad b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$

$$b = \dots\dots\dots, \quad c = \dots\dots\dots$$