

INSTRUKCJE DOTYCZĄCE WYPEŁNIANIA TESTU

1. Nie wolno korzystać z kalkulatorów. Telefony komórkowe należy wyłączyć.

2. Sprawdzić, czy wersja testu podana na treści zadań jest zgodna z wersją podaną na karcie odpowiedzi.

3. Nie oglądać treści zadań bez pozwolenia, nie pisać po ogłoszeniu końca kolokwium !!!

Zadania 1-10.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 11-15.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

1. Czy liczba $\log_4(n^2+7)$ jest wymierna dla

- a) $n=1$;
- b) $n=3$;
- c) $n=5$;
- d) $n=7$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\log_2 26 < \sqrt{14}$;
- b) $\log_2 26 < \sqrt{26}$;
- c) $\log_3 26 < \sqrt{18} - 1$;
- d) $\log_5 26 < \sqrt{22} - 3$?

3. Czy podana liczba jest wymierna

- a) $\sqrt{(5-2\sqrt{7})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{7})^2}$;
- b) $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(7-2\sqrt{6})^2}$;
- c) $\sqrt{(5+2\sqrt{10})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{10})^2}$;
- d) $\sqrt{(4+2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}$?

4. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x^2 = 25)$;
- b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x = 3 \Rightarrow x = 5)$;
- c) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x = 5 \Rightarrow x = 3)$;
- d) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -4 \Rightarrow x^2 > -1)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $(50!)^{100} < (100!)^{50}$;
- b) $100! < 100^{45}$;
- c) $100! < 10^{200}$;
- d) $5^{222} < 3^{333}$?

6. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c , że liczby $a+b$ oraz $a+b+c$ są wymierne. Czy stąd wynika, że

- a) liczba b jest niewymierna;
- b) liczba $b+c$ jest wymierna;
- c) liczba a jest wymierna;
- d) liczba c jest wymierna?

7. Dla dowolnej liczby naturalnej k liczba k^3 jest podzielna przez m wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k^3 jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $m = 2^3, n = 2^4$;
- b) $m = 2^5, n = 2^6$;
- c) $m = 2^8, n = 2^{10}$;
- d) $m = 2^7, n = 2^9$?

8. Czy podane liczby tworzą (w podanej kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy

- a) $\log_7 25, \log_7 10, \log_7 4$;
- b) $\log_7 4, \log_7 6, \log_7 9$;
- c) $\log_7 1, \log_7 4, \log_7 16$;
- d) $\log_7 1, \log_7 3, \log_7 5$?

9. Czy istnieje liczba naturalna, której kwadrat

- a) jest zakończony cyframi ...222;
- b) ma sumę cyfr równą 13;
- c) ma sumę cyfr równą 12;
- d) ma sumę cyfr równą 14?

10. Czy funkcja f określona wzorem $f(x) = \{x\}$ (część ułamkowa) jest różnowartościowa na przedziale

- a) $\left[-\frac{3}{7}, \frac{3}{7}\right)$;
- b) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$;
- c) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$;
- d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$?

11. Obliczyć (znak $[]$ oznacza część całkowitą)

a)
$$\left[\sqrt{60} + 4 \right] = \dots$$

b)
$$\left[\sqrt{90} + 1 \right] = \dots$$

c)
$$\left[\sqrt{80} + 2 \right] = \dots$$

d)
$$\left[\sqrt{70} + 3 \right] = \dots$$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności

a)
$$-1 \leq x^3 < 27 \Leftrightarrow x \in \dots$$

b)
$$1 \leq x^4 < 16 \Leftrightarrow x \in \dots$$

c)
$$1 \leq x^5 < 32 \Leftrightarrow x \in \dots$$

d)
$$-1 \leq x^2 < 25 \Leftrightarrow x \in \dots$$

13. Uprościć podane wyrażenia podając wynik w postaci liczby całkowitej

a)
$$2 \cdot \log_6 12 + 4 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

b)
$$3 \cdot \log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

c)
$$\log_6 12 + 3 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

d)
$$\log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + 2 \cdot \log_6 24 = \dots$$

14. Wskazać taką liczbę naturalną k , że

$$10^k < n < 10^{2k}.$$

a)
 $n = 2^{1200} \cdot (100!)^{10}, \quad k = \dots$

b)
 $n = 3000!, \quad k = \dots$

c)
 $n = 77^7, \quad k = \dots$

d)
 $n = 6^{666}, \quad k = \dots$

15. Dla podanych liczb a, b wskazać taką liczbę c , że liczby

$$\log_a 37, \log_b 37, \log_c 37$$

tworzą (w tej właśnie kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy.

a)
 $a = 64, b = 8, c = \dots$

b)
 $a = 64, b = 16, c = \dots$

c)
 $a = 4, b = 8, c = \dots$

d)
 $a = 2, b = 8, c = \dots$

1. Czy liczba $\log_4(n^2+7)$ jest wymierna dla

- a) $n=5$;
- b) $n=3$;
- c) $n=1$;
- d) $n=7$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\log_5 26 < \sqrt{22} - 3$;
- b) $\log_3 26 < \sqrt{18} - 1$;
- c) $\log_2 26 < \sqrt{14}$;
- d) $\log_2 26 < \sqrt{26}$?

3. Czy podana liczba jest wymierna

- a) $\sqrt{(5+2\sqrt{10})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{10})^2}$;
- b) $\sqrt{(5-2\sqrt{7})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{7})^2}$;
- c) $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(7-2\sqrt{6})^2}$;
- d) $\sqrt{(4+2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}$?

4. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x^2 = 25)$;
- b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -4 \Rightarrow x^2 > -1)$;
- c) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x = 5 \Rightarrow x = 3)$;
- d) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x = 3 \Rightarrow x = 5)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $5^{222} < 3^{333}$;
- b) $100! < 100^{45}$;
- c) $100! < 10^{200}$;
- d) $(50!)^{100} < (100!)^{50}$?

6. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c , że liczby $a+b$ oraz $a+b+c$ są wymierne. Czy stąd wynika, że

- a) liczba $b+c$ jest wymierna ;
- b) liczba c jest wymierna ;
- c) liczba b jest niewymierna ;
- d) liczba a jest wymierna ?

7. Dla dowolnej liczby naturalnej k liczba k^3 jest podzielna przez m wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k^3 jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $m = 2^3, n = 2^4$;
- b) $m = 2^5, n = 2^6$;
- c) $m = 2^7, n = 2^9$;
- d) $m = 2^8, n = 2^{10}$?

8. Czy podane liczby tworzą (w podanej kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy

- a) $\log_7 1, \log_7 3, \log_7 5$;
- b) $\log_7 4, \log_7 6, \log_7 9$;
- c) $\log_7 1, \log_7 4, \log_7 16$;
- d) $\log_7 25, \log_7 10, \log_7 4$?

9. Czy istnieje liczba naturalna, której kwadrat

- a) ma sumę cyfr równą 13;
- b) ma sumę cyfr równą 14;
- c) ma sumę cyfr równą 12;
- d) jest zakończony cyframi ...222?

10. Czy funkcja f określona wzorem $f(x) = \{x\}$ (część ułamkowa) jest różnowartościowa na przedziale

- a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$;
- b) $\left[-\frac{3}{7}, \frac{3}{7}\right)$;
- c) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$;
- d) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$?

11. Obliczyć (znak $[]$ oznacza część całkowitą)

a)
 $\left[\sqrt{70} + 3 \right] = \dots$

b)
 $\left[\sqrt{60} + 4 \right] = \dots$

c)
 $\left[\sqrt{80} + 2 \right] = \dots$

d)
 $\left[\sqrt{90} + 1 \right] = \dots$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności

a)
 $-1 \leq x^3 < 27 \Leftrightarrow x \in \dots$

b)
 $1 \leq x^4 < 16 \Leftrightarrow x \in \dots$

c)
 $-1 \leq x^2 < 25 \Leftrightarrow x \in \dots$

d)
 $1 \leq x^5 < 32 \Leftrightarrow x \in \dots$

13. Uprościć podane wyrażenia podając wynik w postaci liczby całkowitej

a)
 $3 \cdot \log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

b)
 $2 \cdot \log_6 12 + 4 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

c)
 $\log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + 2 \cdot \log_6 24 = \dots$

d)
 $\log_6 12 + 3 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

14. Wskazać taką liczbę naturalną k , że

$$10^k < n < 10^{2k}.$$

a)

$$n = 3000!, \quad k = \dots$$

b)

$$n = 2^{1200} \cdot (100!)^{10}, \quad k = \dots$$

c)

$$n = 77^7, \quad k = \dots$$

d)

$$n = 6^{666}, \quad k = \dots$$

15. Dla podanych liczb a, b wskazać taką liczbę c , że liczby

$$\log_a 37, \quad \log_b 37, \quad \log_c 37$$

tworzą (w tej właśnie kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy.

a)

$$a = 4, \quad b = 8, \quad c = \dots$$

b)

$$a = 2, \quad b = 8, \quad c = \dots$$

c)

$$a = 64, \quad b = 8, \quad c = \dots$$

d)

$$a = 64, \quad b = 16, \quad c = \dots$$

1. Czy liczba $\log_4(n^2+7)$ jest wymierna dla

- a) $n=5$;
- b) $n=1$;
- c) $n=7$;
- d) $n=3$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\log_2 26 < \sqrt{14}$;
- b) $\log_3 26 < \sqrt{18} - 1$;
- c) $\log_5 26 < \sqrt{22} - 3$;
- d) $\log_2 26 < \sqrt{26}$?

3. Czy podana liczba jest wymierna

- a) $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(7-2\sqrt{6})^2}$;
- b) $\sqrt{(5-2\sqrt{7})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{7})^2}$;
- c) $\sqrt{(5+2\sqrt{10})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{10})^2}$;
- d) $\sqrt{(4+2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}$?

4. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x^2 = 25)$;
- b) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x = 5 \Rightarrow x = 3)$;
- c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -4 \Rightarrow x^2 > -1)$;
- d) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x = 3 \Rightarrow x = 5)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $100! < 10^{200}$;
- b) $(50!)^{100} < (100!)^{50}$;
- c) $5^{222} < 3^{333}$;
- d) $100! < 100^{45}$?

6. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c , że liczby $a+b$ oraz $a+b+c$ są wymierne. Czy stąd wynika, że

- a) liczba $b+c$ jest wymierna ;
- b) liczba c jest wymierna ;
- c) liczba b jest niewymierna ;
- d) liczba a jest wymierna ?

7. Dla dowolnej liczby naturalnej k liczba k^3 jest podzielna przez m wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k^3 jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $m = 2^5, n = 2^6$;
- b) $m = 2^7, n = 2^9$;
- c) $m = 2^3, n = 2^4$;
- d) $m = 2^8, n = 2^{10}$?

8. Czy podane liczby tworzą (w podanej kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy

- a) $\log_7 25, \log_7 10, \log_7 4$;
- b) $\log_7 4, \log_7 6, \log_7 9$;
- c) $\log_7 1, \log_7 4, \log_7 16$;
- d) $\log_7 1, \log_7 3, \log_7 5$?

9. Czy istnieje liczba naturalna, której kwadrat

- a) ma sumę cyfr równą 13;
- b) jest zakończony cyframi ...222;
- c) ma sumę cyfr równą 12;
- d) ma sumę cyfr równą 14?

10. Czy funkcja f określona wzorem $f(x) = \{x\}$ (część ułamkowa) jest różnowartościowa na przedziale

- a) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$;
- b) $\left[-\frac{3}{7}, \frac{3}{7}\right)$;
- c) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$;
- d) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$?

11. Obliczyć (znak $[]$ oznacza część całkowitą)

a)
 $\left[\sqrt{60} + 4 \right] = \dots$

b)
 $\left[\sqrt{80} + 2 \right] = \dots$

c)
 $\left[\sqrt{90} + 1 \right] = \dots$

d)
 $\left[\sqrt{70} + 3 \right] = \dots$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności

a)
 $1 \leq x^4 < 16 \Leftrightarrow x \in \dots$

b)
 $1 \leq x^5 < 32 \Leftrightarrow x \in \dots$

c)
 $-1 \leq x^2 < 25 \Leftrightarrow x \in \dots$

d)
 $-1 \leq x^3 < 27 \Leftrightarrow x \in \dots$

13. Uprościć podane wyrażenia podając wynik w postaci liczby całkowitej

a)
 $\log_6 12 + 3 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

b)
 $\log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + 2 \cdot \log_6 24 = \dots$

c)
 $2 \cdot \log_6 12 + 4 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

d)
 $3 \cdot \log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$

14. Wskazać taką liczbę naturalną k , że

$$10^k < n < 10^{2k}.$$

a)
 $n = 2^{1200} \cdot (100!)^{10}, \quad k = \dots$

b)
 $n = 6^{666}, \quad k = \dots$

c)
 $n = 77^7, \quad k = \dots$

d)
 $n = 3000!, \quad k = \dots$

15. Dla podanych liczb a, b wskazać taką liczbę c , że liczby

$$\log_a 37, \log_b 37, \log_c 37$$

tworzą (w tej właśnie kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy.

a)
 $a = 4, b = 8, c = \dots$

b)
 $a = 64, b = 16, c = \dots$

c)
 $a = 64, b = 8, c = \dots$

d)
 $a = 2, b = 8, c = \dots$

1. Czy liczba $\log_4(n^2+7)$ jest wymierna dla

- a) $n=1$;
- b) $n=7$;
- c) $n=3$;
- d) $n=5$?

2. Czy jest prawdą, że

- a) $\log_2 26 < \sqrt{14}$;
- b) $\log_5 26 < \sqrt{22} - 3$;
- c) $\log_2 26 < \sqrt{26}$;
- d) $\log_3 26 < \sqrt{18} - 1$?

3. Czy podana liczba jest wymierna

- a) $\sqrt{(5+2\sqrt{10})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{10})^2}$;
- b) $\sqrt{(5-2\sqrt{7})^2} + \sqrt{(6-2\sqrt{7})^2}$;
- c) $\sqrt{(4+2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}$;
- d) $\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(7-2\sqrt{6})^2}$?

4. Czy jest prawdą, że

- a) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -1 \Rightarrow x^2 = 25)$;
- b) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x^2 > -4 \Rightarrow x^2 > -1)$;
- c) $\forall_{x \in \mathbb{R}} (x = 3 \Rightarrow x = 5)$;
- d) $\exists_{x \in \mathbb{R}} (x = 5 \Rightarrow x = 3)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $100! < 10^{200}$;
- b) $(50!)^{100} < (100!)^{50}$;
- c) $100! < 100^{45}$;
- d) $5^{222} < 3^{333}$?

6. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c , że liczby $a+b$ oraz $a+b+c$ są wymierne. Czy stąd wynika, że

- a) liczba $b+c$ jest wymierna ;
- b) liczba c jest wymierna ;
- c) liczba b jest niewymierna ;
- d) liczba a jest wymierna ?

7. Dla dowolnej liczby naturalnej k liczba k^3 jest podzielna przez m wtedy i tylko wtedy, gdy liczba k^3 jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $m = 2^8, n = 2^{10}$;
- b) $m = 2^5, n = 2^6$;
- c) $m = 2^7, n = 2^9$;
- d) $m = 2^3, n = 2^4$?

8. Czy podane liczby tworzą (w podanej kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy

- a) $\log_7 25, \log_7 10, \log_7 4$;
- b) $\log_7 4, \log_7 6, \log_7 9$;
- c) $\log_7 1, \log_7 4, \log_7 16$;
- d) $\log_7 1, \log_7 3, \log_7 5$?

9. Czy istnieje liczba naturalna, której kwadrat

- a) jest zakończony cyframi ...222;
- b) ma sumę cyfr równą 12;
- c) ma sumę cyfr równą 13;
- d) ma sumę cyfr równą 14?

10. Czy funkcja f określona wzorem $f(x) = \{x\}$ (część ułamkowa) jest różnowartościowa na przedziale

- a) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$;
- b) $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$;
- c) $\left[-\frac{3}{7}, \frac{3}{7}\right)$;
- d) $\left(-\frac{3}{5}, \frac{3}{5}\right)$?

11. Obliczyć (znak $[]$ oznacza część całkowitą)

a)
$$\left[\sqrt{60} + 4 \right] = \dots$$

b)
$$\left[\sqrt{70} + 3 \right] = \dots$$

c)
$$\left[\sqrt{90} + 1 \right] = \dots$$

d)
$$\left[\sqrt{80} + 2 \right] = \dots$$

12. Podać zbiór rozwiązań nierówności

a)
$$1 \leq x^5 < 32 \Leftrightarrow x \in \dots$$

b)
$$1 \leq x^4 < 16 \Leftrightarrow x \in \dots$$

c)
$$-1 \leq x^3 < 27 \Leftrightarrow x \in \dots$$

d)
$$-1 \leq x^2 < 25 \Leftrightarrow x \in \dots$$

13. Uprościć podane wyrażenia podając wynik w postaci liczby całkowitej

a)
$$\log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + 2 \cdot \log_6 24 = \dots$$

b)
$$2 \cdot \log_6 12 + 4 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

c)
$$3 \cdot \log_6 12 + 5 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

d)
$$\log_6 12 + 3 \cdot \log_6 18 + \log_6 24 = \dots$$

14. Wskazać taką liczbę naturalną k , że

$$10^k < n < 10^{2k}.$$

a)

$$n = 77^7, \quad k = \dots$$

b)

$$n = 6^{666}, \quad k = \dots$$

c)

$$n = 3000!, \quad k = \dots$$

d)

$$n = 2^{1200} \cdot (100!)^{10}, \quad k = \dots$$

15. Dla podanych liczb a, b wskazać taką liczbę c , że liczby

$$\log_a 37, \quad \log_b 37, \quad \log_c 37$$

tworzą (w tej właśnie kolejności) postęp arytmetyczny trójwyrazowy.

a)

$$a = 2, \quad b = 8, \quad c = \dots$$

b)

$$a = 64, \quad b = 16, \quad c = \dots$$

c)

$$a = 64, \quad b = 8, \quad c = \dots$$

d)

$$a = 4, \quad b = 8, \quad c = \dots$$