

22. Niech $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^9$, $b = 2^6 \cdot 3^{11} \cdot 5^5$, $c = 2^{10} \cdot 3^3 \cdot 7^2$.

Obliczyć $\text{NWD}(a, b, c)$ oraz $\text{NWW}(a, b, c)$.

23. Niech $a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 6^9$, $b = 2^6 \cdot 3^{11} \cdot 4^5$, $c = 2^{10} \cdot 3^3 \cdot 10^2$.

Obliczyć $\text{NWD}(a, b, c)$ oraz $\text{NWW}(a, b, c)$.

24. Na wyspach Bergamutach podobno jest kot w butach i podobno używają tam tylko liczb naturalnych dających przy dzieleniu przez 3 resztę 1. To ograniczenie nie pozwala na wykonywanie dodawania, ale mnożenie nie sprawia kłopotu. Można też bez problemu mówić o podzielności liczb. Liczba 4 jest uważana za liczbę pierwszą, bo oprócz 1 i 4 nie ma żadnego innego dzielnika spośród liczb używanych na Bergamutach. Które spośród liczb mniejszych od 30 są na Bergamutach uważane za pierwsze, a które za złożone? Czy na Bergamutach prawdziwe jest twierdzenie o jednoznaczności rozkładu na czynniki pierwsze?

25. Połączyć podane warunki w grupy warunków równoważnych dla dowolnej liczby naturalnej n .

- a) liczba n jest nieparzysta
- b) liczba n jest względnie pierwsza z 6
- c) jedna z liczb $n-1$, $n+1$ jest podzielna przez 4
- d) jedna z liczb $n-1$, $n+1$ jest podzielna przez 6
- e) jedna z liczb $n-1$, $n+1$ jest podzielna przez 8
- f) liczba n^2-1 jest podzielna przez 4
- g) liczba n^2-1 jest podzielna przez 8
- h) liczba n^2-1 jest podzielna przez 12
- i) liczba n^2-1 jest podzielna przez 16
- j) liczba n^2-1 jest podzielna przez 24

26. Dowieść, że w ciągu 1, 2, 4, 8, 16, 23, 28, ..., w którym każdy kolejny wyraz powstaje z poprzedniego przez dodanie sumy cyfr, nie występuje liczba 2007.

27. Niech $n!! = n(n-2)(n-4)\dots$ będzie iloczynem liczb naturalnych nie większych od n i będących tej samej parzystości, co n . Ile zer końcowych mają liczby $34!!$ oraz $35!!$?

28. Dowieść, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb naturalnych powiększony o jeden jest kwadratem liczby całkowitej.

29. Uporządkować podane liczby w kolejności rosnącej. Nie używać kalkulatora!!!

$$a = 3$$

$$b = \sqrt{7 + \sqrt{10}}$$

$$c = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$$

$$d = \sqrt{10}$$

$$e = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f = \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}$$

30. Każdemu ze wzorów (a)–(f) przyporządkować jeden ze wzorów (1)–(6) tak, aby $S_{n+1} - S_n = a_n$.

$$(a) \quad S_n = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$(b) \quad S_n = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

$$(c) \quad S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(d) \quad S_n = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

$$(e) \quad S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(f) \quad S_n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$(1) \quad a_n = n^2 + n$$

$$(2) \quad a_n = n + 2$$

$$(3) \quad a_n = n + 1$$

$$(4) \quad a_n = n$$

$$(5) \quad a_n = n^2 + 2n + 1$$

$$(6) \quad a_n = n^2$$