

31. Obliczyć

- a) $\text{NWD}(254678914^{37}, 10^{43})$
- b) $\text{NWD}(472851364^{43}, 2^{50})$
- c) $\text{NWD}(100000008^{25}, 12^{16})$
- d) $\text{NWD}(100000011^{44}, 300^{300})$
- e) $\text{NWD}(200000004^{31}, 24^{24})$
- f) $\text{NWD}(18465210275^{44}, 10^{47})$
- g) $\text{NWD}(7771428426328^{60}, 14^{37})$
- h) $\text{NWD}(1122334455666^{50}, 44^{37})$
- i) $\text{NWD}(12468945716272^{29}, 14^{17}, 330^{23})$
- j) $\text{NWD}(1352263965789126^{44}, 26^{19}, 39^{22})$

32. Wskazać najmniejszą (o ile taka w ogóle istnieje) liczbę naturalną k , dla której podane wyrażenie jest prawdziwe dla dowolnych liczb naturalnych m , n i (ewentualnie) r .

- a) $3^k | mn \Rightarrow (3^3 | m \vee 3^3 | n)$
- b) $5^k | mn \Rightarrow (5^2 | m \vee 5^7 | n)$
- c) $7^k | mnr \Rightarrow (7^5 | m \vee 7^3 | n \vee 7^{12} | r)$
- d) $4^k | mnr \Rightarrow (4^5 | m \vee 4^3 | n \vee 4^{12} | r)$
- e) $6^k | mnr \Rightarrow (6^5 | m \vee 6^3 | n \vee 6^{12} | r)$

33. Uporządkować podane liczby w kolejności rosnącej

- $a = 90 \cdot 60^9$
- $b = 15^3 \cdot 120^7$
- $c = 2^7 \cdot 30^{11}$
- $d = 60^{10}$
- $e = 40^6 \cdot 45^5$
- $f = 72^6 \cdot 5^{10}$
- $g = 5^{11} \cdot 50000^2$

34. Pani napisała na tablicy pewną liczbę naturalną. Troje uczniów spostrzegło i wypowiedziało pewne własności napisanej liczby. Niestety, tylko dwoje uczniów podało własności poprawne, a trzeci uczeń się pomylił. Który uczeń popełnił błąd?

Wersja I

Przemek: Napisana liczba jest kwadratem liczby całkowitej.

Edgar: Suma cyfr napisanej liczby jest równa 38.

Gosia: Napisana liczba przy dzieleniu przez 9 daje resztę 2.

Wersja II

Przemek: Napisana liczba jest kwadratem liczby całkowitej.

Edgar: Suma cyfr napisanej liczby jest równa 32.

Gosia: Napisana liczba przy dzieleniu przez 9 daje resztę 7.

Wersja III

Przemek: Napisana liczba jest kwadratem liczby całkowitej.

Edgar: Suma cyfr napisanej liczby jest równa 19.

Gosia: Napisana liczba przy dzieleniu przez 9 daje resztę 3.

Wersja IV

Przemek: Napisana liczba jest kwadratem liczby całkowitej.

Edgar: Suma cyfr napisanej liczby jest równa 2004.

Gosia: Napisana liczba kończy się cyframi 2005.

Wersja V

Przemek: Napisana liczba jest sześcianem liczby całkowitej.

Edgar: Napisana liczba kończy się cyframi 444.

Gosia: Napisana liczba jest nieparzysta.

Wersja VI

Przemek: Napisana liczba jest sześcianem liczby całkowitej.

Edgar: Napisana liczba kończy się cyframi 2222.

Gosia: Suma cyfr napisanej liczby jest równa 43.

35. Uprościć wyrażenia

a)
$$\frac{1}{5-2\sqrt{6}} + 2\sqrt{6}$$

b)
$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^6}$$

c)
$$(2^{2007} - 1) \cdot (2^{2007} + 1)$$

d)
$$(3^{669} - 1) \cdot (9^{669} + 3^{669} + 1)$$

e)
$$\frac{2^{2007} + 1}{2^{669} + 1}$$