

36. Uzupełnić wzory skróconego mnożenia. Kropki występujące po lewej stronie równości zastąpić pojedynczym znakiem.

- a) $(x+2)^2 = x^2 + \dots$
- b) $a^3 + b^3 = (a+b) \cdot \dots$
- c) $a^3 - b^3 = (a-b) \cdot \dots$
- d) $a^3 \dots b^3 = (a^2 + ab + b^2) \cdot \dots$
- e) $a^4 \dots b^4 = (a+b) \cdot \dots$
- f) $a^4 \dots b^4 = (a-b) \cdot \dots$
- g) $a^5 \dots b^5 = (a+b) \cdot \dots$
- h) $a^5 \dots b^5 = (a-b) \cdot \dots$
- i) $(a+b)^3 = a^3 + 3 \dots$
- j) $(a-b)^4 = a^4 - \dots$
- k) $(a-b)^5 = a^5 - \dots$
- l) $a^n - b^n = (a-b) \cdot \dots$

Uwaga: Przyjmujemy, że w postępie geometrycznym wszystkie wyrazy są różne od zera.

37. Obliczyć sumy postępów (ciągów) arytmetycznych i geometrycznych.

- a) $1 + 2 + 3 + \dots + n$
- b) $3 + 4 + 5 + \dots + n$
- c) $1 + 2 + 4 + \dots + 2^n$
- d) $1 + 3 + 9 + \dots + 3^{2007}$
- e) $2^n + 3 \cdot 2^{n-1} + 3^2 \cdot 2^{n-2} + \dots + 3^n$
- f) $\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + \dots + 103$
- g) $4 + 6 + 9 + \dots + \frac{3^{100}}{2^{98}}$
- h) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^{100}}$
- i) $7 + 9 + 11 + 13 + \dots + (6n+1)$
- j) $5 + 15 + 25 + 35 + 45 + 55 + 65 + \dots + (100n+55)$.
- k) $5 + 8 + 11 + 14 + \dots + 101$
- l) $-17 - 13 - 9 - \dots + 99$
- m) $27 + 81 + 243 + \dots + 3^{33}$
- n) $1 + \sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{2} + 4 + \dots + 2^n$

38. Drugi, piąty i dziesiąty wyraz pewnego postępu arytmetycznego tworzą postęp geometryczny trójwyrazowy. Jaki jest iloraz tego postępu geometrycznego?

39. Obliczyć $1 + 2 + 4 + 7 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 19 + \dots + 1000$, gdzie różnice między kolejnymi składnikami tworzą ciąg okresowy $1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, \dots$

40. Obliczyć

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{27} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2187},$$

gdzie w mianownikach znajdują się potęgi dwójki i trójki ustawione rosnąco.

41. Dla których liczb naturalnych $n \geq 3$ prawdziwe jest następujące twierdzenie?

W dowolnym postępie arytmetycznym n -wyrazowym o sumie 0 co najmniej jeden z wyrazów jest równy 0.

42. Rozwiązać podane nierówności.

- a) $-x \leq x$
- b) $x \leq |x|$
- c) $-x \leq |x|$
- d) $-|x| \leq x$
- e) $-|x| \leq -x$
- f) $|x| \leq x$
- g) $|x| \leq -x$
- h) $1 \leq |1+x|+x$
- i) $-1 \leq |-1+x|+x$
- j) $1 \leq |1-x|+x$
- k) $-1 \leq |-1-x|+x$
- l) $x \leq |x+1|+1$
- m) $-x \leq |-x+1|+1$
- n) $x \leq |x-1|+1$
- o) $-x \leq |-x-1|+1$