

65. Kilogram ziemniaków kosztuje 50 groszy. Jaka będzie cena ziemniaków, jeżeli ich cena wzrośnie

- a) o 2000%
- b) o 1000%
- c) o 400%
- d) o 200%
- e) o 100%
- f) o 20%

66. Za 17 złotych i 37 groszy można kupić 30 kg ziemniaków. Ile ziemniaków można będzie kupić za 34 złote i 74 grosze, jeżeli ich cena

- a) wzrośnie o 20%
- b) zmaleje o 20%
- c) wzrośnie o 50%
- d) zmaleje o 50%
- e) wzrośnie o 100%
- f) zmaleje o 90%

67. W rosnącym postępie arytmetycznym o wyrazach dodatnich ósmy wyraz jest większy od piątego o 20%. Podać przykład takich m i n , że n -ty wyraz jest od m -tego

- a) większy o 100%
- b) mniejszy o 10%
- c) większy o 10%
- d) mniejszy o 1%
- e) większy o 1000%
- f) mniejszy o 99%

68. Czy istnieją takie liczby pierwsze p i q , że liczba q jest od liczby p

- a) większa o 100%
- b) większa o 50%
- c) większa o 40%
- d) większa o 20%
- e) większa o 5%
- f) mniejsza o 5%

69. Dla funkcji f zdefiniowanej podanym wzorem oraz dla podanego zbioru Z rozstrzygnąć, czy funkcja f jest różnowartościowa na zbiorze Z oraz podać zbiór wartości funkcji f na zbiorze Z .

- a) $f(x) = x^2$, $Z = [-3, -1)$
- b) $f(x) = x^2$, $Z = (-3, 4]$
- c) $f(x) = x^2$, $Z = [-3, -2] \cup [3, 5]$
- d) $f(x) = x^2$, $Z = (-3, -2] \cup [3, 4)$
- e) $f(x) = x^2$, $Z = (0, 3)$
- f) $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $Z = (0, 3)$
- g) $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $Z = (0, 3)$
- h) $f(x) = 2^x$, $Z = (-3, 3)$
- i) $f(x) = |2^x - 3|$, $Z = (-3, 3)$
- j) $f(x) = |2^x - 5|$, $Z = (-3, 3)$

70. Wyznaczyć zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x , dla których prawdziwa jest podana implikacja

- a) $x > 0 \Rightarrow x + 1 > 0$
- b) $x > 0 \Rightarrow x - 1 > 0$
- c) $x = 3 \Rightarrow x > 0$
- d) $x = -3 \Rightarrow x > 0$
- e) $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$
- f) $x^2 = -4 \Rightarrow x = -2$

Oznaczenia: Przypominam, że $[x]$ oraz $\{x\}$ oznaczają odpowiednio część całkowitą i część ułamkową liczby rzeczywistej x .

71. Podać przykład takiej liczby rzeczywistej x , że

- a) $[x] = -4$, $\{x\} < 1/10$
- b) $[x] = -4$, $\{x\} > 9/10$
- c) $2 \cdot \{x\} \neq \{2x\}$, $x < 0$
- d) $2 \cdot \{x\} = \{5x\}$, $x > 10$

72. Podać przykład takich liczb rzeczywistych x, y , że

- a) $[x + y] \neq [x] + [y]$
- b) $[2x + y] = 2[x] + [y] + 2$
- c) $[x + y] = \{x\} + \{y\}$, $x, y > 0$
- d) $[xy] = [x] \cdot [y] + 10$

73. Wyznaczyć wszystkie takie liczby rzeczywiste a , że dla dowolnej liczby rzeczywistej x zachodzi równość

$$[x+a] = [x] + a.$$

74. Rozwiązać nierówności

a) $\log_{2x}(x^2+1) \leq \log_{2x}(x^2+3x)$

b) $(x^2+x+1)^{3x} > (x^2+x+1)^{x+1}$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$

d) $\log_2 x + \log_x 4 < 3$

75. Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb p, q , że p i q są pierwiastkami równania

$$x^2 + px + q = 0.$$

Sposób I

Liczby p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość

$$x^2 + px + q = (x-p)(x-q).$$

.....

Odpowiedź: Są dwie pary liczb spełniające warunki zadania:

$$p = \dots, q = \dots \text{ oraz } p = \dots, q = \dots$$

Sposób II

Liczby p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy

$$p^2 + p^2 + q = 0$$

oraz

$$q^2 + pq + q = 0.$$

.....

Odpowiedź: Są trzy pary liczb spełniające warunki zadania:

$$p = \dots, q = \dots; p = \dots, q = \dots \text{ oraz } p = \dots, q = \dots$$

Dlaczego oba sposoby rozwiązania prowadzą do różnych odpowiedzi?