

Uwaga: Dostępna jest także lista nr 9

W poniższych zadaniach x, y przebiegają liczby rzeczywiste, natomiast m, n przebiegają liczby naturalne (całkowite dodatnie).

76. Połączyć podane warunki w grupy warunków równoważnych

- a) $\exists_{\underset{m}{m}} n = 2m$ b) $\exists_{\underset{m}{m}} m = 2n$
c) $\exists_{\underset{m}{m}} m = 3n$ d) $\exists_{\underset{m}{m}} n = 9m$
e) $\exists_{\underset{m}{m}} n^2 = 9m$ f) $\exists_{\underset{m}{m}} n^3 = 9m$
g) $\exists_{\underset{m}{m}} n^2 = 27m$ h) $\exists_{\underset{m}{m}} n^3 = 27m$
i) $\exists_{\underset{m}{m}} n = 2m - 1$ j) $\exists_{\underset{m}{m}} n = 2m + 1$
k) $\forall_{\underset{m}{m}} n \neq 2m$
l) liczba n jest nieparzysta
m) liczba n jest podzielna przez 3
n) liczba n jest podzielna przez 9
o) liczba n jest parzysta
p) liczba n jest nieparzysta i różna od 1

W kolejnych siedmiu zadaniach każdemu warunkowi oznaczonemu literą przypisać równoważny warunek oznaczony cyfrą.

- 77.** a) $x > 0 \Rightarrow -x > 0$ b) $x > 0 \Rightarrow |x| > 0$
c) $-x > 0 \Rightarrow x > 0$ d) $|x| > 0 \Rightarrow x > 0$
1) $x \geq 0$ 2) $x \leq 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ
- 78.** a) $\forall_{\underset{x}{x}} (x > 0 \Rightarrow -x > 0)$ b) $\forall_{\underset{x}{x}} (x > 0 \Rightarrow |x| > 0)$
c) $\forall_{\underset{x}{x}} (-x > 0 \Rightarrow x > 0)$ d) $\forall_{\underset{x}{x}} (|x| > 0 \Rightarrow x > 0)$
1) $x \geq 0$ 2) $x \leq 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ
- 79.** a) $\exists_{\underset{x}{x}} (x > 0 \Rightarrow -x > 0)$ b) $\exists_{\underset{x}{x}} (x > 0 \Rightarrow |x| > 0)$
c) $\exists_{\underset{x}{x}} (-x > 0 \Rightarrow x > 0)$ d) $\exists_{\underset{x}{x}} (|x| > 0 \Rightarrow x > 0)$
1) $x \geq 0$ 2) $x \leq 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ

80. a) $\forall_y x > y^2$ b) $\exists_y x > y^2$ c) $\forall_y x < y^2$ d) $\exists_y x < y^2$
 1) $x < 0$ 2) $x > 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ

81. a) $\forall_y x = y$ b) $\exists_y x = y$ c) $\forall_y x \neq y$ d) $\exists_y x \neq y$
 1) $x = 0$ 2) $x > 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ

82. a) $\forall_y x^2 = -y^2$ b) $\exists_y x^2 = -y^2$
 c) $\forall_y x^2 \neq -y^2$ d) $\exists_y x^2 \neq -y^2$
 1) $x = 0$ 2) $x \neq 0$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ

83. a) $\forall_y xy = y$ b) $\exists_y xy = y$ c) $\forall_y xy = x$ d) $\exists_y xy = x$
 1) $x = 0$ 2) $x = 1$ 3) PRAWDA 4) FAŁSZ

84. Wskazać odpowiednią liczbę całkowitą k i udowodnić nierówności $10^k < L < 10^{2k}$.

- a) $L = 3972^{257}$
 b) $L = 257^{3972}$
 c) $L = 4444^{4444}$
 d) $L = 700!$
 e) $(7 - 4\sqrt{3})^{500}$
 f) $(\log_2 23)^{1000}$
 g) $(\log_{23} 2)^{500}$
 h) 2^{1000}
 i) $1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + \dots + 1000^4$
 j) $\log_2(1024!)$

85. Liczby a i b są różnymi liczbami niewymiernymi dodatnimi. Czy stąd wynika, że

- a) liczba $a + b$ jest niewymierna
 b) liczba $a - b$ jest niewymierna
 c) co najmniej jedna z liczb $a + b$ oraz $a - b$ jest liczbą niewymierną
 d) liczba ab jest niewymierna
 e) liczba a/b jest niewymierna
 f) co najmniej jedna z liczb ab oraz a/b jest liczbą niewymierną

86. Dane są liczby rzeczywiste x i y spełniające warunki $|x - 4| < 1$ oraz $|y - 4| < 2$. Czy stąd wynika, że

- a) $|x - y| < 2$
- b) $|x + y| > 6$
- c) $|x + y| < 10$
- d) $|xy| > 10$
- e) $|xy| < 40$

87. Czy jest prawdą, że $\log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$, jeżeli

- a) $a = 2, b = 2$
- b) $a = 3/2, b = 3$
- c) $a = 2, b = 3$
- d) $a = 3/2, b = 2$
- e) $a = 5, b = 5/4$

88. Czy jest prawdą, że $a \cdot \log_7 b = b \cdot \log_7 a$, jeżeli

- a) $a = 2, b = 3$
- b) $a = 2, b = 4$
- c) $a = 2, b = 5$
- d) $a = 3, b = 4$
- e) $a = 64/27, b = 256/81$

89. Czy jest prawdą, że

- a) $2 \cdot \log_3 5 = \log_3 10$
- b) $2 \cdot \log_3 5 = \log_3 25$
- c) $2 + \log_3 5 = \log_3 10$
- d) $2 + \log_3 5 = \log_3 45$
- e) $\sqrt{(2 - \log_3 7)^2} = 2 - \log_3 7$
- f) $\sqrt{(2 - \log_2 7)^2} = 2 - \log_2 7$
- g) $\sqrt{(2 - \log_5 23)^2} = 2 - \log_5 23$
- h) $\sqrt{(2 - \log_4 17)^2} = 2 - \log_4 17$

90. Dla których liczb naturalnych $n \geq 6$ liczba $\binom{n}{6}$ jest podzielna przez $\binom{n}{5}$?