

Lista do samodzielnego treningu

91.1. Czy prawdziwa jest równość

- a) $\log_2 3 = 2 \cdot \log_4 3$
- b) $\log_4 9 = 2 \cdot \log_4 3$
- c) $\log_2 6 = 1 + \log_2 3$
- d) $\log_2 16 = 2 \cdot \log_3 9$

91.2. Czy równość $(\sqrt{a})^b = a^{\sqrt{b}}$ jest prawdziwa dla

- a) $a = 16, b = 2$
- b) $a = 11, b = 3$
- c) $a = 6, b = 4$
- d) $a = 1, b = 5$

91.3. Czy podana liczba jest liczbą całkowitą podzielną przez 10

- a) $\frac{29!}{26!}$
- b) $\frac{30!}{28!}$
- c) $\frac{35!}{31!}$
- d) $\frac{36!}{33!}$

91.4. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\sqrt{3} + \sqrt{8} < 5$
- b) $\sqrt{5} + \sqrt{17} < 6$
- c) $\sqrt{8} + \sqrt{15} < 7$
- d) $\sqrt{10} + \sqrt{17} < 7$

92.1. Czy podana liczba jest całkowita

- a) $2^{\log_4 3}$
- b) $4^{\log_2 3}$
- c) $2^{\log_8 27}$
- d) $8^{\log_4 25}$

92.2. Wiadomo, że

$$\binom{14}{4} = 1001, \quad \binom{14}{5} = 2002, \quad \binom{14}{6} = 3003.$$

Czy prawdą jest, że

- a) $\binom{15}{5} = 3003$
- b) $\binom{15}{6} = 5005$
- c) $\binom{16}{6} = 6006$
- d) $\binom{16}{10} = 8008$

92.3. Liczby całkowite dodatnie m i n są dzielnikami liczby całkowitej dodatniej k . Czy stąd wynika, że liczba k jest podzielna przez

- a) mn
- b) najmniejszą wspólną wielokrotność liczb m i n
- c) największy wspólny dzielnik liczb m i n
- d) $m+n$

92.4. Czy nierówność $3x < x^2 + 2$ jest prawdziwa dla

- a) $x = \log_3 2$
- b) $x = \log_2 3$
- c) $x = \log_2 5$
- d) $x = \log_5 2$

93.1. Czy podana liczba jest całkowita

- a) $\frac{15!}{35}$
- b) $\frac{16!}{36}$
- c) $\frac{17!}{37}$
- d) $\frac{18!}{38}$

93.2. Czy równanie $x^3 + y^4 = z^5$ jest spełnione przez liczby

- a) $x = 2^8, y = 2^6, z = 2^5$
- b) $x = 2, y = 2, z = 2$
- c) $x = 2^{12}, y = 2^9, z = 2^7$
- d) $x = 2^{24}, y = 2^{24}, z = 2^{25}$

93.3. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{11}{17} < \frac{9}{19}$
- b) $\frac{11}{17} < \frac{13}{15}$
- c) $\frac{11}{17} < \frac{9}{17}$
- d) $\frac{11}{17} < \frac{11}{19}$

93.4. Czy równanie $a^2 + 2ab + b^2 = c^2$ jest spełnione przez liczby

- a) $a = 175, b = 429, c = 2006$
- b) $a = -449, b = 409, c = 40$
- c) $a = 449, b = -409, c = 40$
- d) $a = 449, b = 409, c = -40$

94.1. Czy nierówność $\sqrt{x+y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$ jest prawdziwa dla

- a) $x = 9^{37}, y = 25^{13}$
- b) $x = 2006, y = 8024$
- c) $x = \binom{17}{5}, y = \binom{17}{6}$
- d) $x = \log_7 9, y = \log_{11} 37$

94.2. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $2^{1000} < 8^{400}$
- b) $3^{1001} < 9^{500}$
- c) $4^{1002} < 2^{2006}$
- d) $5^{1003} < 25^{600}$

94.3. Czy dla dowolnej liczby rzeczywistej dodatniej x zachodzi równość

$$(x^a)^b = x^a \cdot x^b,$$

jeżeli

- a) $a = 2, b = 2$
- b) $a = 3, b = 3$
- c) $a = 3, b = 3/2$
- d) $a = 2, b = 5/2$

94.4. Niech $a_n = \frac{n!}{37^n}$. Czy wtedy

- a) $a_{10} < a_{20}$
- b) $a_{36} < a_{37}$
- c) $a_{37} < a_{38}$
- d) $a_{40} < a_{50}$

95.1. Dane są takie liczby całkowite a, b, c, d , że liczby $a+b+c$ oraz $b+c+d$ są nieparzyste. Czy stąd wynika, że

- a) liczba $a+d$ jest nieparzysta
- b) liczba $a+d$ jest parzysta
- c) liczba $b+c$ jest nieparzysta
- d) liczba $b+c$ jest parzysta

95.2. Liczby rzeczywiste dodatnie x i y spełniają nierówność $|x-y| < 1$. Czy stąd wynika, że

- a) $|x^2 - y^2| < 1$
- b) $x + y < 1$
- c) $|x^2 - y^2| < x + y$
- d) $x^2 + y^2 < (x + y)^2$

95.3. Czy istnieje taka liczba rzeczywista M , że dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi nierówność

- a) $\frac{n}{n+1} < M$
- b) $\frac{n+1}{n} < M$
- c) $\frac{n+1}{n^2+1} < M$
- d) $\frac{n^2+1}{n+1} < M$

95.4. Dowolna liczba całkowita dodatnia jest podzielna przez mn wtedy i tylko wtedy, gdy jest ona jednocześnie podzielna przez m i przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $m = 12, n = 15$
- b) $m = 13, n = 18$
- c) $m = 14, n = 21$
- d) $m = 15, n = 22$

96.1. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c różnych od 1 zachodzi równość

- a) $\log_a(bc) = (\log_a b) + \log_a c$
- b) $\log_a(b+c) = (\log_a b) \cdot \log_a c$
- c) $(\log_a b) \cdot \log_b c = \log_a c$
- d) $\log_a(b^c) = (\log_a b)^c$

96.2. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\log_2 5 < \log_3 5$
- b) $\log_{0,2} 7 < \log_{0,3} 7$
- c) $\log_2 7 < \log_{0,3} 7$
- d) $\log_{0,2} 7 < \log_3 7$

96.3. Czy dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n zachodzi równość

- a) $(2^{2^n})^2 = 2^{2^{n+1}}$
- b) $(2^{2^n})^4 = 2^{2^{n+2}}$
- c) $(2^{2^n})^6 = 2^{2^{n+3}}$
- d) $(2^{2^n})^8 = 2^{2^{n+4}}$

UWAGA: $a^{b^c} = a^{(b^c)}$

96.4. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z spełniających warunki $|x-2| < 1$, $|y-3| < 1$ oraz $|z-5| < 1$ zachodzi nierówność

- a) $x+y+z < 12$
- b) $x+y+z > 7$
- c) $xyz < 60$
- d) $xyz > 10$