

99. Zadania różne.

993. Na płaszczyźnie dane są niewspółliniowe punkty A, B, C (zob. rysunek poniżej). Punkt D jest punktem przecięcia symetralnych odcinków AB i AC , natomiast punkt E jest dowolnym punktem leżącym na symetralnej odcinka BC , po tej samej stronie prostej BC , co punkt D .

Ponieważ punkt D leży na symetralnej odcinka AB , jest on równoodległy od punktów A i B .

Ponieważ punkt D leży na symetralnej odcinka AC , jest on równoodległy od punktów A i C .

Zatem $BD = AD = CD$.

Podobnie, punkt E jako punkt leżący na symetralnej odcinka BC jest równoodległy punktów B i C , czyli $BE = CE$.

Zatem trójkąty BDE oraz CDE są przystające, skąd $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BDE$, a w konsekwencji $\sphericalangle CDB = 0^\circ$.

•A

•B

•D

•E

994. Dany jest trójkąt prostokątny o bokach długości całkowitej a, b, c . Wiadomo, że $c = a + 7$. Udowodnić, że wówczas a jest liczbą parzystą.

995. Podać przykład takiego trójkąta prostokątnego o bokach długości całkowitej a, b, c , że $c = a + 7$, a przy tym a jest liczbą nieparzystą.

996. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ \cdot \cos 96^\circ \cdot \cos 192^\circ$$

jest wymierna.

997. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$$

jest wymierna.

998. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ$$

jest wymierna.

999. Uporządkować podane liczby w kolejności niemalejącej

$$\log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} 3,$$

$$c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^8}}}}}}}}},$$

$$c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{32}}}}}}}}}}},$$

$$d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{256}}}}}}}}}}},$$

$$\log_d \log_d \log_d \log_d \log_d \log_d \log_d \log_d \log_d \log_d 256,$$

gdzie $c = \sqrt[4]{2}$ oraz $d = \sqrt[32]{2}$.

Wskazówki i zmyłki:

Rozważyć równanie $a^2 + b^2 = c^2$ modulo 4.

Wyrazić \sin przez \cos .

Wyrazić \cos przez \sin .

Pomnożyć przez $\sin 20^\circ$.

Pomnożyć przez $\cos 12^\circ$.

Pomnożyć przez $\sin 36^\circ$.

Pomnożyć przez $\sin 24^\circ$.

Pomnożyć przez $\cos 10^\circ$.

Pomnożyć przez $\cos 18^\circ$.

Zajęcia z Matematyki Elementarnej B
są współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.