99. Zadania różne.

993. Na płaszczyźnie dane są niewspółliniowe punkty A, B, C (zob. rysunek poniżej). Punkt D jest punktem przecięcia symetralnych odcinków AB i AC, natomiast punkt E jest dowolnym punktem leżącym na symetralnej odcinka BC, po tej samej stronie prostej BC, co punkt D.

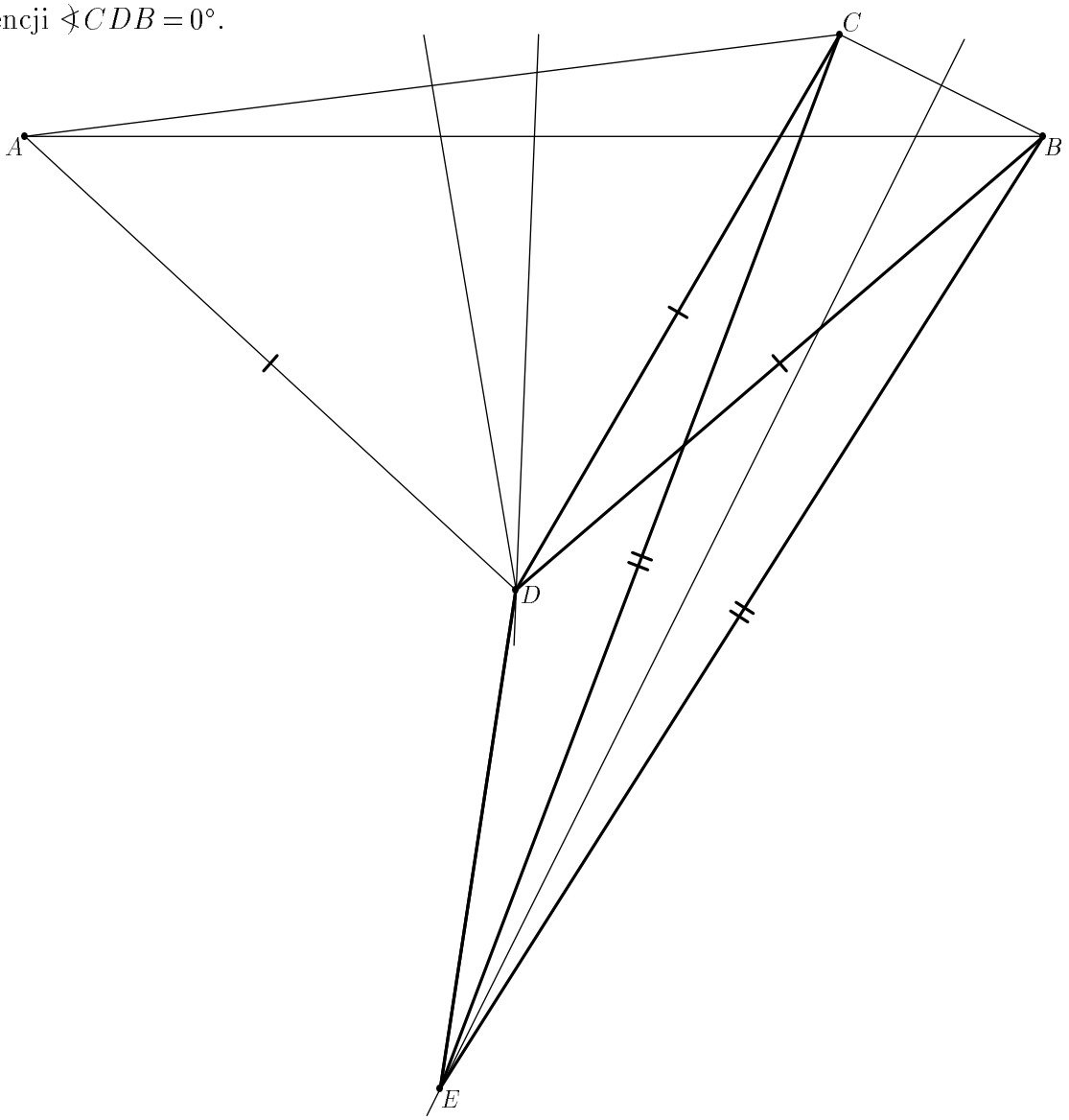
Ponieważ punkt D leży na symetralnej odcinka AB, jest on równoodległy od punktów A i B.

Ponieważ punkt D leży na symetralnej odcinka AC, jest on równoodległy od punktów A i C.

Zatem $BD = AD = CD$.

Podobnie, punkt E jako punkt leżący na symetralnej odcinka BC jest równoodległy punktów B i C, czyli $BE = CE$.

Zatem trójkąty BDE oraz CDE są przystające, skąd $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BDE$, a w konsekwencji $\sphericalangle CDB = 0°$.



994. Dany jest trójkąt prostokątny o bokach długości całkowitej a, b, c. Wiadomo, że $c=a+7$. Udowodnić, że wówczas a jest liczbą parzystą.

995. Podać przykład takiego trójkąta prostokątnego o bokach długości całkowitej a, b, c, że $c=a+7$, a przy tym a jest liczbą nieparzystą.

996. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\cos 24^\circ \cdot \cos 48^\circ \cdot \cos 96^\circ \cdot \cos 192^\circ$$

jest wymierna.

997. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ$$

jest wymierna.

998. Rozstrzygnąć, czy liczba

$$\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ$$

jest wymierna.

999. Uporządkować podane liczby w kolejności niemalejącej

$$\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}\log_{\sqrt{2}}3\,,$$

$$c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{8}}}}}}}}}, \qquad c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{c^{32}}}}}}}}}, \qquad d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{d^{256}}}}}}}}},$$

$$\log_d\log_d\log_d\log_d\log_d\log_d\log_d\log_d\log_d 256\,,$$

gdzie $c=\sqrt[4]{2}$ oraz $d=\sqrt[32]{2}$.

Wskazówki i zmyłki:
Rozważyć równanie $a^2+b^2=c^2$ modulo 4.
Wyrazić *sin* przez *cos*.
Wyrazić *cos* przez *sin*.
Pomnożyć przez $\sin 20^\circ$.
Pomnożyć przez $\cos 12^\circ$.
Pomnożyć przez $\sin 36^\circ$.
Pomnożyć przez $\sin 24^\circ$.
Pomnożyć przez $\cos 10^\circ$.
Pomnożyć przez $\cos 18^\circ$.

Zajęcia z Matematyki Elementarnej B
są współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.