Kolokwium nr 3 obejmuje materiał zadań 1-159.

146. W urnie nr 1 znajdują się dwie kule: jedna z numerem 1 i jedna z numerem 2. W urnie nr 2 znajduje się n kul: jedna z numerem 1, a pozostałe z numerem 2. Losujemy kulę z urny nr 2. Wylosowaną kulę wkładamy z powrotem do urny nr 2, a w drugim losowaniu losujemy kulę z urny o numerze znajdującym się na pierwszej wylosowanej kuli. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że w drugim losowaniu wylosowano kulę z numerem 1. Czy wtedy

a) $P_2=1/2$

b) $P_3=1/3$

c) $P_4=1/3$

d) $P_6=2/9$

147. Dokonano dwóch losowań. W każdym losowaniu prawdopodobieństwo wylosowania liczby 1 jest równe $1/2$ i prawdopodobieństwo wylosowania liczby 3 jest równe $1/2$. Jednak sposób dokonania losowań powoduje, że wyniki losowań nie są niezależne. Wiadomo, że prawdopodobieństwo dwukrotnego wylosowania jedynki jest równe p. Niech $E(p)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu wylosowanych liczb. Czy wtedy

a) $E(0.1)>3.5$

b) $E(0.2)>3.7$

c) $E(0.3)>4.2$

d) $E(0.4)>4.6$

148. W pierwszej urnie znajdują się dwie kule: jedna biała i jedna czarna. W drugiej urnie znajduje się n kul czarnych. Wybieramy losowo (z jednakowym prawdopodobieństwem) jedną z urn, a następnie losujemy z niej kulę. Okazało się, że wylosowana kula jest czarna. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem (warunkowym), że losowania dokonano z drugiej urny. Czy wtedy

a) $P_1=1/2$

b) $P_2=2/3$

c) $P_3=3/4$

d) $P_4=2/3$

149. Wybieramy losowo dwa różne wierzchołki n-kąta foremnego. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wylosowane wierzchołki są końcami jednego boku wielokąta. Czy wtedy

a) $P_4=1/3$

b) $P_5=1/2$

c) $P_6=2/5$

d) $P_7=1/3$

150. W urnie jest n kul z numerami 1, 2, 3, ..., n. Losujemy ze zwracaniem dwie kule. Niech $E(n)$ będzie wartością oczekiwaną iloczynu wylosowanych liczb. Czy wtedy
a) $E(3)>4$
b) $E(4)>6$
c) $E(5)>9$
d) $E(6)>12$

151. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,n\}$. Czy zdarzenia
Wylosowana liczba jest parzysta
oraz
Wylosowana liczba jest podzielna przez 3
są niezależne, jeżeli
a) $n=12$
b) $n=15$
c) $n=18$
d) $n=20$

152. Losujemy liczbę k ze zbioru $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$, a następnie rzucamy k razy monetą. Niech E_n będzie wartością oczekiwaną liczby wyrzuconych orłów. Czy wtedy
a) $E_3>1$
b) $E_8>2$
c) $E_{11}>3$
d) $E_{14}>4$

153. Rzucamy 100 razy monetą. Niech P_n będzie prawdopodobieństwem, że wypadło dokładnie n orłów. Czy wtedy
a) $P_{20}<P_{40}$
b) $P_{30}<P_{50}$
c) $P_{40}<P_{60}$
d) $P_{50}<P_{70}$

154. Dane są zdarzenia losowe A, B i C. Czy możemy wnioskować, że zdarzenia A, B, C są niezależne, jeśli wiemy, że
a) $P(A)=P(B)=P(C)=1/2,\ \ P(A\cap B\cap C)=1/8$
b) $P(A)=P(B)=P(C)=1/3,\ \ P(A\cap B\cap C)=1/6$
c) $P(A)=P(B)=P(C)=1/3,\ \ P(A\cap B\cap C)=1/27$
d) $P(A)=P(B)=P(C)=1/3,\ \ P(A\cap B\cap C)=1/9$

155. Drużyna piłkarska rozgrywa 3 mecze, w każdym z nich zdobywając 0, 1 lub 3 punkty z jednakowym prawdopodobieństwem równym 1/3, przy czym wyniki poszczególnych meczów są niezależne. Niech $P(n)$ będzie prawdopodobieństwem, że drużyna zdobędzie dokładnie n punktów. Czy wtedy
a) $P(2)\leqslant 2/27$
b) $P(3)\leqslant 1/9$
c) $P(4)\leqslant 5/27$
d) $P(8)\leqslant 1/81$

156. Rzucamy kostką do gry. Czy zdarzenia
• wyrzucona liczba oczek jest liczbą pierwszą,
• wyrzucona liczba oczek należy do zbioru Z,
są niezależne, jeżeli

a) $Z=\{1,2\}$

b) $Z=\{2,3,4\}$

c) $Z=\{3,4,5,6\}$

d) $Z=\{2,3,4,5\}$

157. W urnie jest n kul białych i jedna kula czarna. Wyjmujemy z urny losowo po jednej kuli (bez zwracania) aż do momentu wylosowania kuli czarnej. Niech $K(n)$ będzie wartością oczekiwaną liczby wylosowanych kul (łącznie z ostatnią, czarną kulą). Czy wtedy

a) $K(3)>2$

b) $K(4)\geqslant 3$

c) $K(7)\geqslant 4$

d) $K(10)>5$

158. Wykonujemy n rzutów monetą. Niech $P(n,k)$ będzie prawdopodobieństwem, że liczba wylosowanych orłów jest większa o k od liczby wylosowanych reszek. Czy wtedy

a) $P(4,2)\geqslant 1/4$

b) $P(5,1)\geqslant 1/3$

c) $P(10,4)>1/1024$

d) $P(20,7)>1/1048576$

159. Losujemy liczbę ze zbioru $\{1,2,3,\ldots,8\}$.
Niech A będzie zdarzeniem: wylosowano liczbę parzystą.
Niech B będzie zdarzeniem: wylosowano jedną z liczb 4,5,6,7.
Niech C będzie zdarzeniem: wylosowano liczbę większą od 4.
Czy wtedy

a) zdarzenia A i B są niezależne

b) zdarzenia A i C są niezależne

c) zdarzenia B i C są niezależne

d) zdarzenia A, B i C są niezależne

Zajęcia z Matematyki Elementarnej B
są współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.