

18. Rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych oraz zawierających funkcje: wartość bezwzględna, logarytmiczna, potęgowa, część całkowita i ułamkowa, funkcje trygonometryczne.

201. Rozwiązać równania i nierówności

- a) $x^2 - 103x + 300 = 0$
- b) $3x < \sqrt{x^2 + 8}$
- c) $\sqrt{x^7 + x + 7} = 3$
- d) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$
- e) $(x^2 + x + 1)^{3x} > (x^2 + x + 1)^{x+1}$
- f) $\log_{2x}(x^2 + 1) \leq \log_{2x}(x^2 + 3x)$
- g) $\log_2 x + \log_x 4 < 3$
- h) $|||||x| - 1| - 1| - 1| - 1| - 1| = \frac{x}{2}$
- i) $|x^2 - 17| = 8$
- j) $|x - 1| + |x| + |x + 1| > x^2 + \frac{20}{9}$
- k) $\sin x \geq 1/2$
- l) $\cos x \leq 1/2$
- m) $\sin x \geq \cos x$
- n) $[4\sin^2 x] = 2$
- o) $\{\cos^2 x\} = 3/4$
- p) $\sqrt{1 + \cos x} = \sqrt{2} \cdot \cos(x/2)$
- q) $3\{x\} = x$
- r) $[x] < 2x + 1$
- s) $[x + \sin x] = [x] + \sin x$
- t) $[x] = \frac{16}{x^2 + 13}$
- u) $\sin^6 x + \cos^6 x = 7/16$

202. Które liczby rzeczywiste x z przedziału $[1, 100]$ spełniają równanie

$$\log_3[x] = [\log_3 x] ?$$

OSZUSTWO 203. *Zadanie:* Dla których wartości parametru a równanie

$$\log_7(x^2 + ax) = \log_7(2x^2 + 3x + 1)$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste x ?

Rozwiązanie: Po opuszczeniu logarytmów równanie przyjmuje postać

$$x^2 + ax = 2x^2 + 3x + 1,$$

skąd

$$x^2 + (3 - a)x + 1 = 0.$$

Równanie kwadratowe ma dokładnie jedno rozwiązanie, gdy $\Delta = 0$. W naszym przypadku $\Delta = (3 - a)^2 - 4$, co po przyrównaniu do zera daje dwa rozwiązania: $a = 1$ i $a = 5$.

Wyjaśnić, dlaczego powyższe rozwiązanie jest błędne i podać rozwiązanie poprawne.

204. Wyznaczyć wszystkie takie pary liczb rzeczywistych p, q , że p i q są pierwiastkami równania

$$x^2 + px + q = 0.$$

Sposób I

Liczby p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi tożsamość

$$x^2 + px + q = (x - p)(x - q).$$

.....
 przeprowadź odpowiednie rachunki

Sposób II

Liczby p i q są pierwiastkami podanego równania wtedy i tylko wtedy, gdy

$$p^2 + p^2 + q = 0$$

oraz

$$q^2 + pq + q = 0.$$

.....
 przeprowadź odpowiednie rachunki

Zajęcia z Matematyki Elementarnej B
są współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.