Zadania powtórzeniowe różne.

205. Dla których liczb rzeczywistych a prawdziwe jest zdanie

$$\underset{x}{\forall}\ [x]+a=[x+a]\ ?$$

Zmienna x przebiega wszystkie liczby rzeczywiste.

206. Podać wzór na wykładnik, z jakim liczba pierwsza p wchodzi do rozkładu liczby $n!$ na czynniki pierwsze.

207. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $n!$ nie jest podzielna przez 2^n.

208. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb naturalnych n, dla których liczba $n!$ jest podzielna przez 2^{n-1}.

209. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $(10n)!$ nie jest podzielna przez 11^n.

210. Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele takich liczb naturalnych n, dla których liczba $(10n)!$ jest podzielna przez 11^{n-1}.

211. Dowieść, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność

$$[x+y]\ldots\ldots[x]+[y]\,.$$

W miejsce kropek należy wpisać znak $\leqslant$ lub $\geqslant$.

212. Zmienić kierunek nierówności z poprzedniego zadania, dopisując jednocześnie do prawej strony ± 1.

213. Rozwiązać w liczbach rzeczywistych równanie

$$[x]+[2x]=[3x]\,.$$

214. Obliczyć

$$\left\{\left(2+\sqrt{3}\right)^{2009}\right\}+\left\{\left(2-\sqrt{3}\right)^{2009}\right\}.$$

215. Podać 1000 cyfr znajdujących się bezpośrednio po przecinku w liczbie

$$\left(2+\sqrt{5}\right)^{2009}.$$

Zajęcia z Matematyki Elementarnej B
są współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.