4. Elementy kombinatoryki: dwumian Newtona, trójkąt Pascala, permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez, zasada szufladkowa Dirichleta.

59. Czy trzy liczby znajdujące się na trzech kolejnych miejscach w wierszu trójkąta Pascala mogą tworzyć postęp arytmetyczny? Jeśli tak, postarać się opisać wszystkie rozwiązania.

60. Uporządkować rosnąco następujące liczby:

$$\binom{100}{7},\ \binom{100}{27},\ \binom{100}{47},\ \binom{100}{57},\ \binom{100}{77},\ \binom{100}{97}.$$

61. Rozwiązać równanie

$$3\cdot\binom{n}{4}=\binom{k}{2}$$

w liczbach naturalnych $n\geqslant 4$, $k\geqslant 2$.

62. Na okręgu zaznaczono n punktów i narysowano wszystkie cięciwy o końcach w tych punktach. Okazało się, że żadne trzy z narysowanych cięciw nie mają wspólnego punktu leżącego wewnątrz koła ograniczonego danym okręgiem. Na ile obszarów zostało podzielone koło, jeżeli $n=1,2,3,4,5$? Dla jakiej liczby n koło zostanie podzielone na 256 obszarów?

63. Których ciągów jest więcej? Ciągów 7-wyrazowych o wyrazach naturalnych nieprzekraczających 2005? Czy różnowyrazowych ciągów 7-wyrazowych o wyrazach naturalnych nieprzekraczających 2008?

64. Spośród ciągów 4-wyrazowych o wyrazach naturalnych nieprzekraczających n, ponad połowa to ciągi różnowyrazowe. Dla jakiej naj............... liczby n powyższe zdanie jest prawdziwe?

65. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej n, wśród dowolnych $n+1$ liczb naturalnych znajdą się dwie, których różnica jest podzielna przez n.

66. Dla dowolnej liczby naturalnej n, wskazać takich n liczb naturalnych, że różnica dowolnych dwóch z nich jest niepodzielna przez n.

67. Dowieść, że dla dowolnej liczby naturalnej n, w dowolnym zbiorze złożonym z n liczb naturalnych, istnieje niepusty podzbiór o sumie elementów podzielnej przez n.

68. Dla dowolnej liczby naturalnej n, wskazać taki zbiór złożony z $n-1$ liczb naturalnych, że każdy jego niepusty podzbiór ma sumę elementów niepodzielną przez n.

69. Na tablicy napisano 14 liczb naturalnych, z których każda jest nie większa niż 1000. Dowieść, że można w taki sposób pokolorować liczby, aby:
- każda liczba była pokolorowana na czerwono, niebiesko lub zielono,
- co najmniej jedna liczba była pokolorowana na czerwono,
- suma wszystkich liczb czerwonych była równa sumie wszystkich liczb niebieskich.