

Matematyka Elementarna B, kolokwium nr 2
19.12.2008

..... ●●●●●●●●●● ●●●●●●●●

Grupa ćwiczeniowa:

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.
Telefony komórkowe należy wyłączyć.
Czas pisania: 105 minut.

Zadania 1-10.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 11-15.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

**Kolokwium współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.**

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **A** 19 grudnia 2008 r.

1. Czy prawdziwa jest równość

a) $\sqrt{(6 - \sqrt{55})^{12}} = (6 - \sqrt{55})^6$;

b) $\sqrt{(7 - \sqrt{55})^{14}} = (7 - \sqrt{55})^7$;

c) $\sqrt{(8 - \sqrt{55})^{16}} = (8 - \sqrt{55})^8$;

d) $\sqrt{(9 - \sqrt{55})^{18}} = (9 - \sqrt{55})^9$?

2. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\sqrt{51} - 7 < \frac{1}{7}$;

b) $7 - \sqrt{47} < \frac{1}{7}$;

c) $\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10}$;

d) $5 - \sqrt{24} < \frac{1}{10}$?

3. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $3\sqrt{3} < 5$;

b) $2\sqrt{2} < 3$;

c) $4\sqrt[3]{2} < 5$;

d) $5\sqrt{5} < 11$?

4. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienne m , n przebiegają liczby naturalne **większe od 1**

a) $\forall_{mn} (mn = 12 \Rightarrow m + n = 8)$;

b) $\forall_{mn} (mn = 7 \Rightarrow m + n = 6)$;

c) $\forall_{mn} (mn = 8 \Rightarrow m + n = 6)$;

d) $\forall_{mn} (mn = 9 \Rightarrow m + n = 6)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}} \leq \sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}}$;
- b) $\sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}} \leq \sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011}$;
- c) $\frac{2007 + 2008 + 2011}{3} \leq \frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}}$;
- d) $\sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011} \leq \frac{2007 + 2008 + 2011}{3}$?

6. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienna x przebiega liczby rzeczywiste

- a) $\forall_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = -2)$;
- b) $\exists_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = 2)$;
- c) $\forall_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = 2)$;
- d) $\exists_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = -2)$?

7. 3-ci, 4-ty i 6-ty wyraz postępu arytmetycznego tworzą (w tej kolejności) postęp geometryczny trójwyrazowy. Czy stąd wynika, że postęp geometryczny tworzą także wyrazy (z zachowaniem kolejności):

- a) 3-ci, 5-ty, 11-ty;
- b) 4-ty, 6-ty, 10-ty;
- c) 3-ci, 6-ty, 12-ty;
- d) 6-ty, 8-my, 11-ty ?

8. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \dots + \frac{1}{5^k} + \dots + \frac{1}{5^{55}} < \frac{3}{11}$;
- b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{4^k} + \dots + \frac{1}{4^{44}} < \frac{4}{11}$;
- c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3^k} + \dots + \frac{1}{3^{33}} < \frac{5}{11}$;
- d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^k} + \dots + \frac{1}{2^{22}} < \frac{10}{11}$?

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego, o wyrazach będących liczbami naturalnymi, jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $n = 2011$;
- b) $n = 2009$;
- c) $n = 2008$;
- d) $n = 2010$?

10. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

- a) $8x^3 + y^3 + 1 > 6xy$;
- b) $8x^3 + y^3 + 1 < 5xy$;
- c) $8x^3 + y^3 + 1 < 3xy$;
- d) $8x^3 + y^3 + 1 > 4xy$?

11. Podać wartość średniej

- a)
Średnia harmoniczna liczb 5 i 20 jest równa
- b)
Średnia arytmetyczna liczb 1 i 7 jest równa
- c)
Średnia kwadratowa liczb 1 i 7 jest równa
- d)
Średnia geometryczna liczb 5 i 20 jest równa

12. Między każdą parą podanych liczb wpisać jeden ze znaków " $<$ ", " $>$ ", " $=$ "

- a)
 $\sqrt[8]{8}$ $\sqrt[3]{2}$
- b)
 $\sqrt[16]{16}$ $\sqrt[4]{2}$
- c)
 $\sqrt[32]{32}$ $\sqrt[6]{2}$
- d)
 $\sqrt[4]{4}$ $\sqrt{2}$

13. Podać sumę postępu arytmetycznego

- a)
 $10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 190 =$
- b)
 $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 190 =$
- c)
 $10 + 28 + 46 + 64 + \dots + 190 =$
- d)
 $10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 190 =$

14. W miejscu kropek wpisać jeden ze znaków "≥", "≤" oraz taką liczbę rzeczywistą dodatnią, aby podana implikacja była prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c . Przy tym muszą istnieć liczby rzeczywiste dodatnie a, b, c , dla których poprzednik implikacji jest prawdziwy, a w następniku zachodzi równość.

a)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow abc$

b)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

c)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

d)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow abc$

15. Do podanych liczb a, b dobrać takie liczby rzeczywiste dodatnie c, d , że

$$a + b + c + d = 4$$

oraz

$$ab + bc + cd + da = 4.$$

a)
 $a = 1, b = 1/2, c = \dots, d = \dots$

b)
 $a = 1/3, b = 1/4, c = \dots, d = \dots$

c)
 $a = 3/2, b = 2/3, c = \dots, d = \dots$

d)
 $a = 4/5, b = 3/5, c = \dots, d = \dots$

Matematyka Elementarna B, kolokwium nr 2
19.12.2008

..... ●●●●●●●● ●●●●●●

Grupa ćwiczeniowa:

**Nie wolno korzystać z kalkulatorów.
Telefony komórkowe należy wyłączyć.
Czas pisania: 105 minut.**

Zadania 1-10.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 11-15.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

**Kolokwium współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.**

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **B** 19 grudnia 2008 r.

1. Czy prawdziwa jest równość

a) $\sqrt{(8 - \sqrt{55})^{16}} = (8 - \sqrt{55})^8$;

b) $\sqrt{(7 - \sqrt{55})^{14}} = (7 - \sqrt{55})^7$;

c) $\sqrt{(6 - \sqrt{55})^{12}} = (6 - \sqrt{55})^6$;

d) $\sqrt{(9 - \sqrt{55})^{18}} = (9 - \sqrt{55})^9$?

2. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $5 - \sqrt{24} < \frac{1}{10}$;

b) $\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10}$;

c) $\sqrt{51} - 7 < \frac{1}{7}$;

d) $7 - \sqrt{47} < \frac{1}{7}$?

3. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $4\sqrt[3]{2} < 5$;

b) $3\sqrt{3} < 5$;

c) $2\sqrt{2} < 3$;

d) $5\sqrt{5} < 11$?

4. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienne m , n przebiegają liczby naturalne **większe od 1**

a) $\forall_{mn} (mn = 12 \Rightarrow m + n = 8)$;

b) $\forall_{mn} (mn = 9 \Rightarrow m + n = 6)$;

c) $\forall_{mn} (mn = 8 \Rightarrow m + n = 6)$;

d) $\forall_{mn} (mn = 7 \Rightarrow m + n = 6)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011} \leq \frac{2007 + 2008 + 2011}{3}$;
- b) $\sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}} \leq \sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011}$;
- c) $\frac{2007 + 2008 + 2011}{3} \leq \frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}}$;
- d) $\frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}} \leq \sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}}$?

6. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienna x przebiega liczby rzeczywiste

- a) $\exists_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = 2)$;
- b) $\exists_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = -2)$;
- c) $\forall_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = -2)$;
- d) $\forall_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = 2)$?

7. 3-ci, 4-ty i 6-ty wyraz postępu arytmetycznego tworzą (w tej kolejności) postęp geometryczny trójwyrazowy. Czy stąd wynika, że postęp geometryczny tworzą także wyrazy (z zachowaniem kolejności):

- a) 3-ci, 5-ty, 11-ty ;
- b) 4-ty, 6-ty, 10-ty ;
- c) 6-ty, 8-my, 11-ty ;
- d) 3-ci, 6-ty, 12-ty ?

8. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^k} + \dots + \frac{1}{2^{22}} < \frac{10}{11}$;
- b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{4^k} + \dots + \frac{1}{4^{44}} < \frac{4}{11}$;
- c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3^k} + \dots + \frac{1}{3^{33}} < \frac{5}{11}$;
- d) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \dots + \frac{1}{5^k} + \dots + \frac{1}{5^{55}} < \frac{3}{11}$?

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego, o wyrazach będących liczbami naturalnymi, jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

- a) $n = 2009$;
- b) $n = 2010$;
- c) $n = 2008$;
- d) $n = 2011$?

10. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

- a) $8x^3 + y^3 + 1 > 4xy$;
- b) $8x^3 + y^3 + 1 > 6xy$;
- c) $8x^3 + y^3 + 1 < 5xy$;
- d) $8x^3 + y^3 + 1 < 3xy$?

11. Podać wartość średniej

- a)
Średnia geometryczna liczb 5 i 20 jest równa
- b)
Średnia harmoniczna liczb 5 i 20 jest równa
- c)
Średnia kwadratowa liczb 1 i 7 jest równa
- d)
Średnia arytmetyczna liczb 1 i 7 jest równa

12. Między każdą parą podanych liczb wpisać jeden ze znaków " $<$ ", " $>$ ", " $=$ "

- a)
 $\sqrt[8]{8}$ $\sqrt[3]{2}$
- b)
 $\sqrt[16]{16}$ $\sqrt[4]{2}$
- c)
 $\sqrt[4]{4}$ $\sqrt{2}$
- d)
 $\sqrt[32]{32}$ $\sqrt[6]{2}$

13. Podać sumę postępu arytmetycznego

- a)
 $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 190 =$
- b)
 $10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 190 =$
- c)
 $10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 190 =$
- d)
 $10 + 28 + 46 + 64 + \dots + 190 =$

14. W miejscu kropek wpisać jeden ze znaków "≥", "≤" oraz taką liczbę rzeczywistą dodatnią, aby podana implikacja była prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c . Przy tym muszą istnieć liczby rzeczywiste dodatnie a, b, c , dla których poprzednik implikacji jest prawdziwy, a w następniku zachodzi równość.

a)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

b)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow abc$

c)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

d)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow abc$

15. Do podanych liczb a, b dobrać takie liczby rzeczywiste dodatnie c, d , że

$$a + b + c + d = 4$$

oraz

$$ab + bc + cd + da = 4.$$

a)
 $a = 3/2, b = 2/3, c = \dots, d = \dots$

b)
 $a = 4/5, b = 3/5, c = \dots, d = \dots$

c)
 $a = 1, b = 1/2, c = \dots, d = \dots$

d)
 $a = 1/3, b = 1/4, c = \dots, d = \dots$

Matematyka Elementarna B, kolokwium nr 2
19.12.2008

..... ●●●●●●●● ●●●●●●

Grupa ćwiczeniowa:

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.
Telefony komórkowe należy wyłączyć.
Czas pisania: 105 minut.

Zadania 1-10.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 11-15.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Kolokwium współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **C** 19 grudnia 2008 r.

1. Czy prawdziwa jest równość

a) $\sqrt{(8 - \sqrt{55})^{16}} = (8 - \sqrt{55})^8$;

b) $\sqrt{(6 - \sqrt{55})^{12}} = (6 - \sqrt{55})^6$;

c) $\sqrt{(9 - \sqrt{55})^{18}} = (9 - \sqrt{55})^9$;

d) $\sqrt{(7 - \sqrt{55})^{14}} = (7 - \sqrt{55})^7$?

2. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\sqrt{51} - 7 < \frac{1}{7}$;

b) $\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10}$;

c) $5 - \sqrt{24} < \frac{1}{10}$;

d) $7 - \sqrt{47} < \frac{1}{7}$?

3. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $2\sqrt{2} < 3$;

b) $3\sqrt{3} < 5$;

c) $4\sqrt[3]{2} < 5$;

d) $5\sqrt{5} < 11$?

4. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienne m , n przebiegają liczby naturalne **większe od 1**

a) $\forall_{mn} (mn = 12 \Rightarrow m + n = 8)$;

b) $\forall_{mn} (mn = 8 \Rightarrow m + n = 6)$;

c) $\forall_{mn} (mn = 9 \Rightarrow m + n = 6)$;

d) $\forall_{mn} (mn = 7 \Rightarrow m + n = 6)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{2007 + 2008 + 2011}{3} \leq \frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}}$;
- b) $\frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}} \leq \sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}}$;
- c) $\sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011} \leq \frac{2007 + 2008 + 2011}{3}$;
- d) $\sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}} \leq \sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011}$?

6. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienna x przebiega liczby rzeczywiste

- a) $\exists_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = 2)$;
- b) $\exists_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = -2)$;
- c) $\forall_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = -2)$;
- d) $\forall_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = 2)$?

7. 3-ci, 4-ty i 6-ty wyraz postępu arytmetycznego tworzą (w tej kolejności) postęp geometryczny trójwyrazowy. Czy stąd wynika, że postęp geometryczny tworzą także wyrazy (z zachowaniem kolejności):

- a) 4-ty, 6-ty, 10-ty ;
- b) 6-ty, 8-my, 11-ty ;
- c) 3-ci, 5-ty, 11-ty ;
- d) 3-ci, 6-ty, 12-ty ?

8. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \dots + \frac{1}{5^k} + \dots + \frac{1}{5^{55}} < \frac{3}{11}$;

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{4^k} + \dots + \frac{1}{4^{44}} < \frac{4}{11}$;

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3^k} + \dots + \frac{1}{3^{33}} < \frac{5}{11}$;

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^k} + \dots + \frac{1}{2^{22}} < \frac{10}{11}$?

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego, o wyrazach będących liczbami naturalnymi, jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

a) $n = 2009$;

b) $n = 2011$;

c) $n = 2008$;

d) $n = 2010$?

10. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

a) $8x^3 + y^3 + 1 < 3xy$;

b) $8x^3 + y^3 + 1 > 6xy$;

c) $8x^3 + y^3 + 1 < 5xy$;

d) $8x^3 + y^3 + 1 > 4xy$?

11. Podać wartość średniej

- a)
Średnia harmoniczna liczb 5 i 20 jest równa
- b)
Średnia kwadratowa liczb 1 i 7 jest równa
- c)
Średnia arytmetyczna liczb 1 i 7 jest równa
- d)
Średnia geometryczna liczb 5 i 20 jest równa

12. Między każdą parą podanych liczb wpisać jeden ze znaków " $<$ ", " $>$ ", " $=$ "

- a)
 $\sqrt[16]{16}$ $\sqrt[4]{2}$
- b)
 $\sqrt[32]{32}$ $\sqrt[6]{2}$
- c)
 $\sqrt[4]{4}$ $\sqrt{2}$
- d)
 $\sqrt[8]{8}$ $\sqrt[3]{2}$

13. Podać sumę postępu arytmetycznego

- a)
 $10 + 28 + 46 + 64 + \dots + 190 = \dots$
- b)
 $10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 190 = \dots$
- c)
 $10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 190 = \dots$
- d)
 $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 190 = \dots$

14. W miejscu kropek wpisać jeden ze znaków "≥", "≤" oraz taką liczbę rzeczywistą dodatnią, aby podana implikacja była prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c . Przy tym muszą istnieć liczby rzeczywiste dodatnie a, b, c , dla których poprzednik implikacji jest prawdziwy, a w następniku zachodzi równość.

a)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow abc$

b)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow abc$

c)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

d)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

15. Do podanych liczb a, b dobrać takie liczby rzeczywiste dodatnie c, d , że

$$a + b + c + d = 4$$

oraz

$$ab + bc + cd + da = 4.$$

a)
 $a = 3/2, b = 2/3, c = \dots, d = \dots$

b)
 $a = 1/3, b = 1/4, c = \dots, d = \dots$

c)
 $a = 1, b = 1/2, c = \dots, d = \dots$

d)
 $a = 4/5, b = 3/5, c = \dots, d = \dots$

Matematyka Elementarna B, kolokwium nr 2
19.12.2008

..... ●●●●●●●● ●●●●●●

Grupa ćwiczeniowa:

Nie wolno korzystać z kalkulatorów.
Telefony komórkowe należy wyłączyć.
Czas pisania: 105 minut.

Zadania 1-10.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi TAK lub NIE, **zaznaczając na karcie odpowiedzi krzyżykiem kratkę z WŁAŚCIWĄ odpowiedzią**. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się 4 poprawnych odpowiedzi (po 1 punkcie za zadanie).

Zadania 11-15.

W każdym pytaniu udzielić odpowiedzi w miejscu kropek. Punkty otrzymuje się tylko za zadania, w których udzieliło się poprawnych odpowiedzi w trzech podpunktach (1 punkt za zadanie) lub w czterech podpunktach (2 punkty za zadanie).

Kolokwium współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

1. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

2. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

3. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

4. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

5. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

6. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

7. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

8. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

9. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

10. a.

T	N
---	---

 b.

T	N
---	---

 c.

T	N
---	---

 d.

T	N
---	---

Wersja testu **D** 19 grudnia 2008 r.

1. Czy prawdziwa jest równość

a) $\sqrt{(6 - \sqrt{55})^{12}} = (6 - \sqrt{55})^6$;

b) $\sqrt{(9 - \sqrt{55})^{18}} = (9 - \sqrt{55})^9$;

c) $\sqrt{(7 - \sqrt{55})^{14}} = (7 - \sqrt{55})^7$;

d) $\sqrt{(8 - \sqrt{55})^{16}} = (8 - \sqrt{55})^8$?

2. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\sqrt{51} - 7 < \frac{1}{7}$;

b) $5 - \sqrt{24} < \frac{1}{10}$;

c) $7 - \sqrt{47} < \frac{1}{7}$;

d) $\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10}$?

3. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $4\sqrt[3]{2} < 5$;

b) $3\sqrt{3} < 5$;

c) $5\sqrt{5} < 11$;

d) $2\sqrt{2} < 3$?

4. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienne m , n przebiegają liczby naturalne **większe od 1**

a) $\forall_{mn} (mn = 12 \Rightarrow m + n = 8)$;

b) $\forall_{mn} (mn = 9 \Rightarrow m + n = 6)$;

c) $\forall_{mn} (mn = 7 \Rightarrow m + n = 6)$;

d) $\forall_{mn} (mn = 8 \Rightarrow m + n = 6)$?

5. Czy prawdziwa jest nierówność

- a) $\frac{2007 + 2008 + 2011}{3} \leq \frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}}$;
- b) $\frac{3}{\frac{1}{2007} + \frac{1}{2008} + \frac{1}{2011}} \leq \sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}}$;
- c) $\sqrt{\frac{2007^2 + 2008^2 + 2011^2}{3}} \leq \sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011}$;
- d) $\sqrt[3]{2007 \cdot 2008 \cdot 2011} \leq \frac{2007 + 2008 + 2011}{3}$?

6. Czy podane zdanie jest prawdziwe, jeżeli zmienna x przebiega liczby rzeczywiste

- a) $\exists_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = 2)$;
- b) $\exists_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = -2)$;
- c) $\forall_x (x^2 = -1 \Rightarrow x = -2)$;
- d) $\forall_x (x^2 = 1 \Rightarrow x = 2)$?

7. 3-ci, 4-ty i 6-ty wyraz postępu arytmetycznego tworzą (w tej kolejności) postęp geometryczny trójwyrazowy. Czy stąd wynika, że postęp geometryczny tworzą także wyrazy (z zachowaniem kolejności):

- a) 3-ci, 6-ty, 12-ty ;
- b) 4-ty, 6-ty, 10-ty ;
- c) 6-ty, 8-my, 11-ty ;
- d) 3-ci, 5-ty, 11-ty ?

8. Czy prawdziwa jest nierówność

a) $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625} + \dots + \frac{1}{5^k} + \dots + \frac{1}{5^{55}} < \frac{3}{11}$;

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots + \frac{1}{4^k} + \dots + \frac{1}{4^{44}} < \frac{4}{11}$;

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3^k} + \dots + \frac{1}{3^{33}} < \frac{5}{11}$;

d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^k} + \dots + \frac{1}{2^{22}} < \frac{10}{11}$?

9. Suma wyrazów dowolnego postępu arytmetycznego n -wyrazowego, o wyrazach będących liczbami naturalnymi, jest podzielna przez n . Czy powyższe zdanie jest prawdziwe dla

a) $n = 2011$;

b) $n = 2008$;

c) $n = 2009$;

d) $n = 2010$?

10. Czy dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich x, y zachodzi nierówność

a) $8x^3 + y^3 + 1 > 4xy$;

b) $8x^3 + y^3 + 1 < 3xy$;

c) $8x^3 + y^3 + 1 > 6xy$;

d) $8x^3 + y^3 + 1 < 5xy$?

11. Podać wartość średniej

- a)
Średnia harmoniczna liczb 5 i 20 jest równa
- b)
Średnia geometryczna liczb 5 i 20 jest równa
- c)
Średnia arytmetyczna liczb 1 i 7 jest równa
- d)
Średnia kwadratowa liczb 1 i 7 jest równa

12. Między każdą parą podanych liczb wpisać jeden ze znaków " $<$ ", " $>$ ", " $=$ "

- a)
 $\sqrt[32]{32}$ $\sqrt[6]{2}$
- b)
 $\sqrt[16]{16}$ $\sqrt[4]{2}$
- c)
 $\sqrt[8]{8}$ $\sqrt[3]{2}$
- d)
 $\sqrt[4]{4}$ $\sqrt{2}$

13. Podać sumę postępu arytmetycznego

- a)
 $10 + 15 + 20 + 25 + \dots + 190 =$
- b)
 $10 + 20 + 30 + 40 + \dots + 190 =$
- c)
 $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 190 =$
- d)
 $10 + 28 + 46 + 64 + \dots + 190 =$

14. W miejscu kropek wpisać jeden ze znaków "≥", "≤" oraz taką liczbę rzeczywistą dodatnią, aby podana implikacja była prawdziwa dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c . Przy tym muszą istnieć liczby rzeczywiste dodatnie a, b, c , dla których poprzednik implikacji jest prawdziwy, a w następniku zachodzi równość.

a)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

b)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow abc$

c)
 $a + b + c = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2$

d)
 $a + b + c = 6 \Rightarrow abc$

15. Do podanych liczb a, b dobrać takie liczby rzeczywiste dodatnie c, d , że

$$a + b + c + d = 4$$

oraz

$$ab + bc + cd + da = 4.$$

a)
 $a = 4/5, b = 3/5, c = \dots, d = \dots$

b)
 $a = 1/3, b = 1/4, c = \dots, d = \dots$

c)
 $a = 1, b = 1/2, c = \dots, d = \dots$

d)
 $a = 3/2, b = 2/3, c = \dots, d = \dots$