

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **391**, **392** i **393** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

391. Zapisz liczbę 98 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).

392. Zapisz liczbę 105 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).

393. Zapisz liczbę 140 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 48 (8/2016)

Piątek, 26 lutego 2016 r.

Zadanie wokół chińskiego twierdzenia o resztach

394. Udowodnij istnienie takich liczb naturalnych a, b, c, x, y, z większych od 1 spełniających równanie

$$a^{x^x} + b^{y^y} = c^{z^z},$$

że liczby x, y, z są różne.

Rozwiązania zadań 386–390

386. $61 = 68 - 7$ **387.** $62 = 7 \cdot 8 + 6$ **388.** $97 = \frac{6!}{8} + 7$ **389.** $70002 = 9 \cdot (6^5 + \sqrt{4})$

390. *Sposób I:* Załóżmy, że $x = y = 2, z = 3$. Wychodząc od równości $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ postaramy się dobrać takie n , aby można było przyjąć

$$a^4 = 2^n, \quad b^4 = 2^n \quad \text{oraz} \quad c^{27} = 2^{n+1},$$

co oznacza, że liczba n powinna być podzielna przez 4, a liczba $n+1$ przez 27. Nietrudno zauważyć, że takie warunki spełnia $n = 80$. To prowadzi do następującego rozwiązania danego w zadaniu równania: $a = b = 2^{20}, c = 2^3 = 8$.

Sposób II: Załóżmy, że $x = y = 3, z = 2$. Wychodząc od równości $2^n + 2^n = 2^{n+1}$ postaramy się dobrać takie n , aby można było przyjąć

$$a^{27} = 2^n, \quad b^{27} = 2^n \quad \text{oraz} \quad c^4 = 2^{n+1},$$

co oznacza, że liczba n powinna być podzielna przez 27, a liczba $n+1$ przez 4. Nietrudno zauważyć, że takie warunki spełnia $n = 27$. To prowadzi do następującego rozwiązania danego w zadaniu równania: $a = b = 2, c = 2^7 = 128$.

Uzupełnianka pseudologarytmiczna VIII

395. Uzupełnij tabelkę wartości funkcji f takimi liczbami naturalnymi, aby spełnione były następujące warunki:

1° W zakresie tabelki f jest niemalejąca, czyli $f(n) \leq f(n+1)$ dla $n = 2, 3, 4, \dots, 152$.

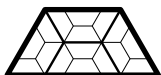
2° Dla dowolnych liczb naturalnych m, n większych od 1 o iloczynie nie większym od 153 zachodzi równość $f(mn) = f(m) + f(n)$.

3° Przy zachowaniu warunków 1° i 2° suma liczb wpisanych w tabelkę jest możliwie najmniejsza.



n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$
2	15	28		54		80		106		132	
3		29		55		81		107		133	
4	30	30		56		82		108		134	
5		31		57		83		109		135	
6		32	75	58		84		110		136	
7		33		59		85		111		137	
8	45	34		60		86		112		138	
9		35		61		87		113		139	
10		36		62		88		114		140	
11		37		63		89		115		141	
12		38		64	90	90		116		142	
13		39		65		91		117		143	
14		40		66		92		118		144	
15		41		67		93		119		145	
16	60	42		68		94		120		146	
17		43		69		95		121		147	
18		44		70		96		122		148	
19		45		71		97		123		149	
20		46		72		98		124		150	
21		47		73		99		125		151	
22		48		74		100		126		152	
23		49		75		101		127		153	
24		50		76		102		128	105		
25		51		77		103		129			
26		52		78		104		130			
27		53		79		105		131			

Facebookowy konkurs Trapezu – Zadanie Tygodnia

Rozwiąż zadanie 395 i podaj w odpowiedzi liczby $f(71)$, $f(117)$ i $f(149)$.<http://www.math.uni.wroc.pl/~jwr/trapez>Pochwal się swoimi rozwiązaniami na Facebooku: [facebook.com/IMUWr](https://www.facebook.com/IMUWr)