Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 48 (8/2016)
Piątek, 26 lutego 2016 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **391**, **392** i **393** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

391. Zapisz liczbę 98 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).

392. Zapisz liczbę 105 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).

393. Zapisz liczbę 140 używając cyfr 6, 7 i 8 (każdej tylko raz).

Zadanie wokół chińskiego twierdzenia o resztach

394. Udowodnij istnienie takich liczb naturalnych a, b, c, x, y, z większych od 1 spełniających równanie

$$a^{x^x}+b^{y^y}=c^{z^z}\,,$$

że liczby x, y, z są różne.

Rozwiązania zadań 386–390

386. $61=68-7$ **387.** $62=7\cdot 8+6$ **388.** $97=\dfrac{6!}{8}+7$ **389.** $70002=9\cdot\left(6^5+\sqrt{4}\right)$

390. *Sposób I:* Załóżmy, że $x=y=2$, $z=3$. Wychodząc od równości $2^n+2^n=2^{n+1}$ postaramy się dobrać takie n, aby można przyjąć

$$a^4=2^n\,,\qquad b^4=2^n\qquad\text{oraz}\qquad c^{27}=2^{n+1}\,,$$

co oznacza, że liczba n powinna być podzielna przez 4, a liczba $n+1$ przez 27. Nietrudno zauważyć, że takie warunki spełnia $n=80$. To prowadzi do następującego rozwiązania danego w zadaniu równania: $a=b=2^{20}$, $c=2^3=8$.

Sposób II: Załóżmy, że $x=y=3$, $z=2$. Wychodząc od równości $2^n+2^n=2^{n+1}$ postaramy się dobrać takie n, aby można przyjąć

$$a^{27}=2^n\,,\qquad b^{27}=2^n\qquad\text{oraz}\qquad c^4=2^{n+1}\,,$$

co oznacza, że liczba n powinna być podzielna przez 27, a liczba $n+1$ przez 4. Nietrudno zauważyć, że takie warunki spełnia $n=27$. To prowadzi do następującego rozwiązania danego w zadaniu równania: $a=b=2$, $c=2^7=128$.

Uzupełnianka pseudologarytmiczna VIII

395. Uzupełnij tabelkę wartości funkcji f takimi liczbami naturalnymi, aby spełnione były następujące warunki:
1° W zakresie tabelki f jest niemalejąca, czyli $f(n)\leqslant f(n+1)$ dla $n=2, 3, 4, \dots 152$.
2° Dla dowolnych liczb naturalnych m, n większych od 1 o iloczynie nie większym od 153 zachodzi równość $f(mn)=f(m)+f(n)$.
3° Przy zachowaniu warunków **1°** i **2°** suma liczb wpisanych w tabelkę jest możliwie najmniejsza.

n	$f(n)$
2	15
3	
4	30
5	
6	
7	
8	45
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	60
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	

n	$f(n)$
28	
29	
30	
31	
32	75
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	

n	$f(n)$
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	90
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	

n	$f(n)$
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	
101	
102	
103	
104	
105	

n	$f(n)$
106	
107	
108	
109	
110	
111	
112	
113	
114	
115	
116	
117	
118	
119	
120	
121	
122	
123	
124	
125	
126	
127	
128	105
129	
130	
131	

n	$f(n)$
132	
133	
134	
135	
136	
137	
138	
139	
140	
141	
142	
143	
144	
145	
146	
147	
148	
149	
150	
151	
152	
153	

Facebookowy konkurs Trapezu – Zadanie Tygodnia

Rozwiąż zadanie **395** i podaj w odpowiedzi liczby $f(71)$, $f(117)$ i $f(149)$.