

Łamigłówki i zadania na długi weekend

W łamigłówkach **444**, **445** i **446** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

444. Zapisz liczbę 250 używając cyfr 3, 4 i 4.

445. Zapisz liczbę 132 używając cyfr 3, 4 i 4.

446. Zapisz liczbę 1320 używając cyfr 3, 4 i 4.

Zadania wokół

chińskiego twierdzenia o resztach

447. Znajdź liczby całkowite dodatnie a , b , c spełniające równanie

$$a^{10} + b^{12} = c^{14}.$$

448. Udowodnij, że istnieje 2016 kolejnych liczb całkowitych dodatnich, z których żadna nie jest postaci $a^2 + b^2$, gdzie a , b są liczbami całkowitymi.

Facebookowy konkurs Trapezu – Zadanie Tygodnia

Rozwiąż zadanie **449** i podaj w odpowiedzi liczby $f(53)$, $f(79)$ i $f(187)$.

Rozwiązania zadań 439–443

439. $71 = \sqrt{7! + \frac{\sqrt{4}}{2}} = 7 + \sqrt{\sqrt{2^{4!}}}$

440. $152 = 2^7 + 4!$

441. $154 = (4! - 2) \cdot 7$

442. $10037376 = 6^9 - 8!$

443. Za punkt wyjścia do skonstruowania rozwiązania równania

$$a^3 + b^6 = c^8 \tag{1}$$

przyjmijmy równość $8 + 1 = 9$. Mnożąc tę równość przez $2^p \cdot 3^q$ otrzymujemy

$$2^{p+3} \cdot 3^q + 2^p \cdot 3^q = 2^p \cdot 3^{q+2}. \tag{2}$$

Aby uzyskać rozwiązanie równania (1) postaramy się dobrać takie p i q , aby dopasować odpowiednie elementy równości (2) do równania (1). W tym celu poszukamy liczb p i q spełniających następujące układy kongruencji:

$$\begin{cases} p+3 \equiv 0 \pmod{3} \\ p \equiv 0 \pmod{6} \\ p \equiv 0 \pmod{8} \end{cases} \qquad \begin{cases} q \equiv 0 \pmod{3} \\ q \equiv 0 \pmod{6} \\ q+2 \equiv 0 \pmod{8} \end{cases}$$

Nietrudno zauważyć, że powyższe układy kongruencji są spełnione przez $p=0$ oraz $q=6$, co prowadzi do następującego rozwiązania równania (1):

$$a = 2 \cdot 3^2 = 18, \qquad b = 3, \qquad c = 3.$$

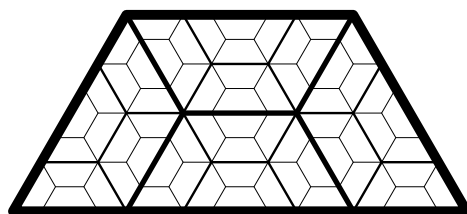
Uzupełnianka pseudologarytmiczna X

449. Uzupełnij tabelkę wartości funkcji f takimi liczbami naturalnymi, aby spełnione były następujące warunki:

1° W zakresie tabelki f jest niemalejąca, czyli $f(n) \leq f(n+1)$ dla $n = 2, 3, 4, \dots, 206$.

2° Dla dowolnych liczb naturalnych m, n większych od 1 o iloczynie nie większym od 207 zachodzi równość $f(mn) = f(m) + f(n)$.

3° Przy zachowaniu warunków **1°** i **2°** suma liczb wpisanych w tabelkę jest możliwie najmniejsza.



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 57 (17/2016)

Piątek, 29 kwietnia 2016 r.



n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$	n	$f(n)$
2	27	37		72		107		142		177	
3		38		73		108		143		178	
4	54	39		74		109		144		179	
5		40		75		110		145		180	
6		41		76		111		146		181	
7		42		77		112		147		182	
8	81	43		78		113		148		183	
9		44		79		114		149		184	
10		45		80		115		150		185	
11		46		81		116		151		186	
12		47		82		117		152		187	
13		48		83		118		153		188	
14		49		84		119		154		189	
15		50		85		120		155		190	
16	108	51		86		121		156		191	
17		52		87		122		157		192	
18		53		88		123		158		193	
19		54		89		124		159		194	
20		55		90		125		160		195	
21		56		91		126		161		196	
22		57		92		127		162		197	
23		58		93		128	189	163		198	
24		59		94		129		164		199	
25		60		95		130		165		200	
26		61		96		131		166		201	
27		62		97		132		167		202	
28		63		98		133		168		203	
29		64	162	99		134		169		204	
30		65		100		135		170		205	
31		66		101		136		171		206	
32	135	67		102		137		172		207	
33		68		103		138		173			
34		69		104		139		174			
35		70		105		140		175			
36		71		106		141		176			

