Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
TRAPEZ
Nr 66 (26/2016)
Piątek, 1 lipca 2016 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **505**, **506** i **507** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

505. Zapisz liczbę 3127 używając cyfr 2, 3, 5 i 8 (każdej tylko raz).

506. Zapisz liczbę 3131 używając cyfr 2, 3, 5 i 8 (każdej tylko raz).

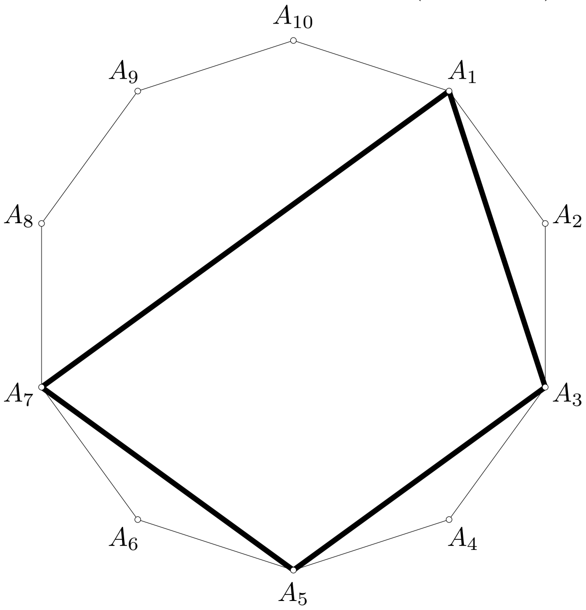
507. Zapisz liczbę 3133 używając cyfr 2, 3, 5 i 8 (każdej tylko raz).

Wielokąty foremne

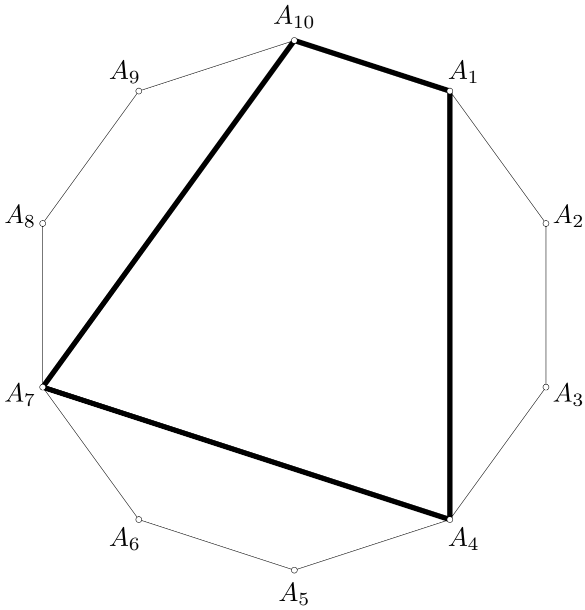
508. Udowodnij, że jeżeli liczba przekątnych wielokąta foremnego jest podzielna przez 3, to jest ona podzielna przez 9.

509. Udowodnij, że suma cyfr liczby przekątnych wielokąta foremnego nie może być równa 2017.

510. Udowodnij, że w dziesięciokącie foremnym $A_1A_2A_3\ldots A_{10}$ trapezy $A_1A_3A_5A_7$ i $A_1A_4A_7A_{10}$ mają równe pola (rys. 1 i 2).



rys. 1



rys. 2

Rozwiązania zadań 499–504

499. $33=3\cdot\sqrt{(6-0!)!+1}=6^{1+0!}-3$ **500.** $73=5!-3!\cdot 8+0!$ **501.** $142=\sqrt{\frac{8!}{2}+4}$

502. Ponieważ z każdego wierzchołka n-kąta foremnego (a ogólniej: n-kąta wypukłego) wychodzi $n-3$ przekątnych, zliczenie przekątnych wychodzących ze wszytkich n wierzchołków daje $n\cdot(n-3)$. Ponieważ jednak w ten sposób każdą przekątną liczymy dwa razy, liczba przekątnych n-kąta wypukłego (a w szczególności foremnego) jest równa $n\cdot(n-3)/2$.

Aby liczba przekątnych była dwa razy większa od liczby boków, musi zachodzić równość

$$\frac{n\cdot(n-3)}{2}=2n\,,$$

skąd otrzymujemy $n=7$.

Odpowiedź: Wielokątem foremnym mającym dwa razy więcej przekątnych niż boków jest siedmiokąt.

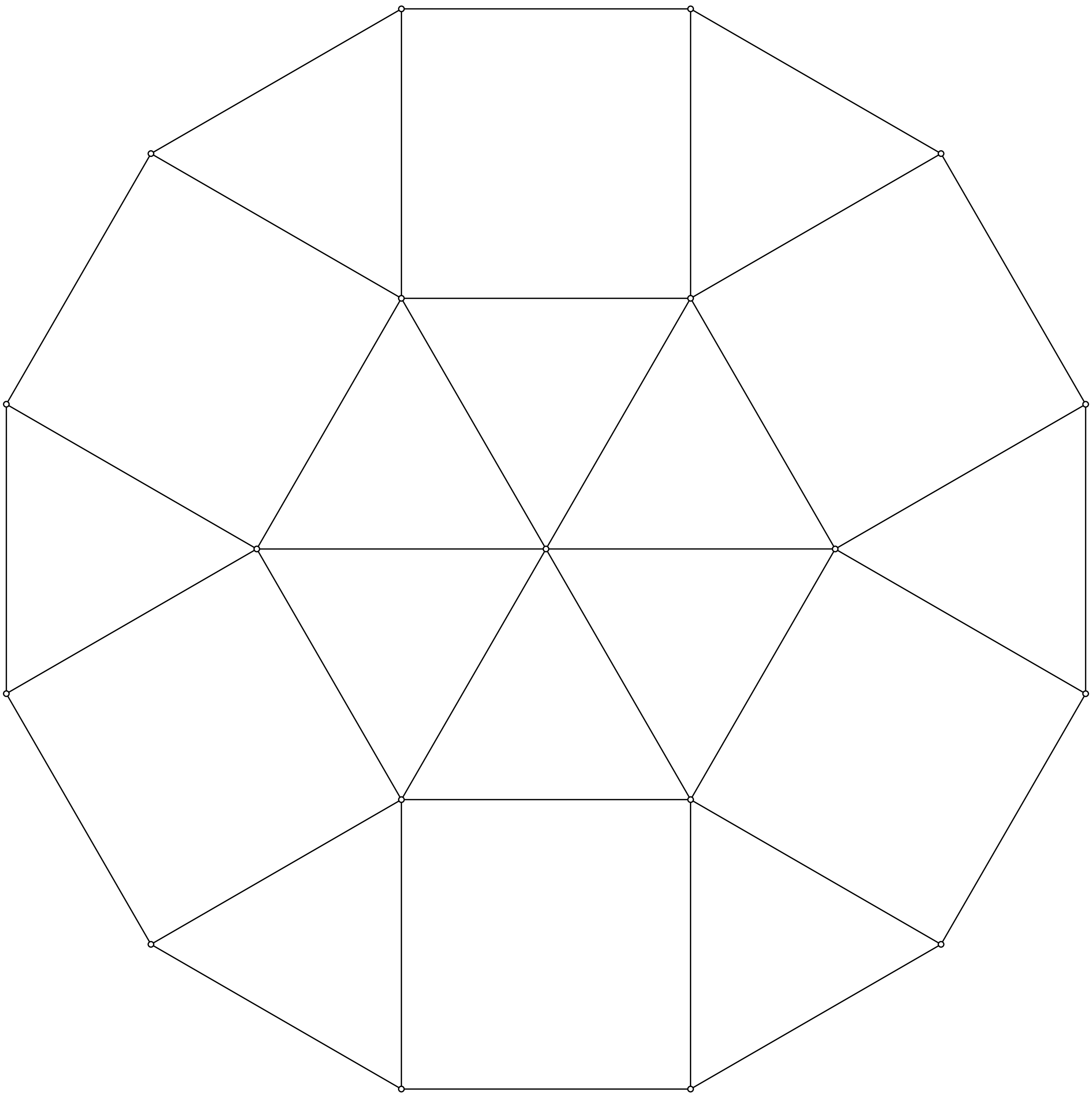
503. Rozumując jak w zadaniu poprzednim dochodzimy do warunku

$$\frac{n\cdot(n-3)}{2}=10n\,,$$

skąd $n=23$.

Odpowiedź: Wielokątem foremnym mającym dziesięć razy więcej przekątnych niż boków jest 23-kąt.

504. Rozwiązanie zadania przedstawione jest na rys. 3, gdzie widzimy jak podzielić dwunastokąt foremny na 12 trójkątów równobocznych i 6 kwadratów.



rys. 3